



Estratégia
Concursos

Aula 01

*TJ-SP (Escrevente Judiciário) Raciocínio
Lógico e Matemática - 2024 (Pós-Edital)*

Autor:

**Equipe Exatas Estratégia
Concursos**

04 de Junho de 2024



Índice

1) Equivalências Lógicas	3
2) Álgebra de Proposições	59
3) Questões Comentadas - Equivalências Lógicas - Vunesp	82
4) Questões Comentadas - Introdução à Álgebra de Proposições - Vunesp	133
5) Lista de Questões - Equivalências Lógicas - Vunesp	139
6) Lista de Questões - Introdução à Álgebra de Proposições - Vunesp	155



APRESENTAÇÃO DA AULA

Fala, pessoal!

O principal assunto da aula de hoje é **equivalências lógicas**.

O entendimento da aula é muito importante, porém **igualmente importante** é que você **DECORE** as principais equivalências lógicas. Equivalências lógicas existem para serem usadas, e o uso delas requer que você tenha as principais fórmulas "**no sangue**".

Em seguida, será abordado **álgebra de proposições**. Nesse assunto, você deve focar especialmente nas propriedades **comutativa**, **associativa** e **distributiva**. Além disso, nesse tópico, trataremos do uso de equivalências lógicas para a resolução de problemas de **tautologia**, **contradição** e **contingência**.

Como de costume, vamos exibir um **resumo** logo no **início de cada tópico** para que você tenha uma visão geral do conteúdo antes mesmo de iniciar o assunto.



Conte comigo nessa caminhada =)

Prof. Eduardo Mocellin.



@edu.mocellin



EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS

Equivalências lógicas	
Duas proposições A e B são equivalentes quando todos os valores lógicos (V ou F) assumidos por elas são iguais para todas as combinações de valores lógicos atribuídos às proposições simples que as compõem .	
Equivalências fundamentais	
Equivalência contrapositiva	$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$
Transformação da condicional (se...então) em disjunção inclusiva (ou)	$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$
Transformação disjunção inclusiva (ou) em condicional (se...então)	$p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q$
Negações lógicas	
Dupla negação da proposição simples	$\sim(\sim p) \equiv p$
Negação da conjunção e da disjunção inclusiva (Leis de De Morgan)	
Para negar "e": negar ambas as proposições e trocar o "e" pelo "ou" .	
	$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
Para negar "ou": negar ambas as proposições e trocar o "ou" pelo "e" .	
	$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
Negação da condicional (se...então)	
	$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$
Outras equivalências e negações	
Negação da conjunção (e) para a forma condicional (se...então)	
	$\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$
	$\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$
Conjunção de condicionais	
Quando o termo comum é o consequente , a equivalência apresenta uma disjunção inclusiva no antecedente .	
	$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$
Quando o termo comum é o antecedente , a equivalência apresenta uma conjunção no consequente .	
	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$



Equivalências da disjunção exclusiva (ou...ou)

$$p \vee q \equiv (\sim p) \vee (\sim q)$$

$$p \vee q \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$p \vee q \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

Negações da disjunção exclusiva (ou...ou)

$$\sim(p \vee q) \equiv p \leftrightarrow q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv (\sim p) \vee q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv p \vee (\sim q)$$

Equivalências da bicondicional (se e somente se)

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \vee q$$

$$p \leftrightarrow q \equiv p \vee (\sim q)$$

Negações da bicondicional (se e somente se)

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \vee q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$



O que é uma equivalência lógica

Quando duas proposições apresentam a mesma tabela-verdade, dizemos que as **proposições são equivalentes**.

A representação da equivalência lógica é dada pelo o símbolo $\Leftrightarrow$ ou $\equiv$. Se **A** é equivalente a **B**, podemos escrever de duas maneiras:

$$A \Leftrightarrow B$$

$$A \equiv B$$

Observação: o símbolo de equivalência $\Leftrightarrow$ é diferente do conectivo bicondicional $\leftrightarrow$

Informalmente, podemos dizer que duas proposições são equivalentes quando elas têm o mesmo significado. Exemplo:

a: "Eu moro em Taubaté."

b: "Não é verdade que eu não moro em Taubaté."

O conceito de **equivalência lógica** pode ser melhor detalhado assim:



Duas proposições **A** e **B** são **equivalentes** quando todos os **valores lógicos** (V ou F) assumidos por elas **são iguais** para **todas as combinações de valores lógicos atribuídos às proposições simples que as compõem**.

Vejamos um exemplo:

Mostre que as proposições $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ e $p \leftrightarrow q$ são equivalentes.

Para resolver esse problema, basta construirmos a tabela-verdade de ambas proposições. Como a bicondicional já é conhecida por nós, precisamos simplesmente confeccionar a tabela-verdade de $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ e comparar com a bicondicional $p \leftrightarrow q$.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos duas proposições simples distintas, **p** e **q**. Logo, o número de linhas é $2^n = 2^2 = 4$.



Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Para determinar $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$, precisamos obter $(p \rightarrow q)$ e $(q \rightarrow p)$.

Para determinar $(p \rightarrow q)$, precisamos obter p e q .

Para determinar $(q \rightarrow p)$, precisamos obter p e q .

Podemos também incluir, de imediato, na nossa tabela a condicional $p \leftrightarrow q$, pois vamos compará-la com a expressão que estamos querendo obter.

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

A condicional $p \rightarrow q$ é falsa somente quando o antecedente p for verdadeiro e o consequente q for falso.

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V			
V	F	F			
F	V	V			
F	F	V			

A condicional $q \rightarrow p$ é falsa somente quando o antecedente q for verdadeiro e o consequente p for falso.

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V		
V	F	F	V		
F	V	V	F		
F	F	V	V		



A conjunção $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ só será verdadeira quando $p \rightarrow q$ e $q \rightarrow p$ forem ambos verdadeiros.

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	
V	F	F	V	F	
F	V	V	F	F	
F	F	V	V	V	

Para a bicondicional, já sabemos que ela será verdadeira quando p e q tiverem o mesmo valor lógico.

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Podemos perceber da análise da tabela-verdade acima que $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ e $p \leftrightarrow q$ assumem os exatos mesmos valores lógicos para todas as possibilidades de valores lógicos de p e q . Logo, as proposições são equivalentes. Veja:

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Podemos escrever:

$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

ou

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$



Equivalências fundamentais

Existem três equivalências fundamentais que **despencam** em provas de concurso público:

- Equivalência contrapositiva;
- Transformação da condicional (se...então) em disjunção inclusiva (ou); e
- Transformação da disjunção inclusiva (ou) em condicional (se...então).

Equivalência contrapositiva

A primeira equivalência fundamental é conhecida como **contrapositiva da condicional**:

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

A equivalência é realizada do seguinte modo:

1. Invertem-se as posições do antecedente e do conseqüente; e
2. Negam-se ambos os termos da condicional.

Como exemplo, sejam as proposições:

p: "Hoje choveu."

q: "João fez a barba."

Considere a seguinte condicional $p \rightarrow q$:

$p \rightarrow q$: "Se [hoje choveu], então [João fez a barba]."

A condicional a seguir é equivalente à condicional original:

$\sim q \rightarrow \sim p$: "Se [João não fez a barba], então [hoje não choveu]."



Um erro muito explorado pelas bancas é dizer que $p \rightarrow q$ seria equivalente a $\sim p \rightarrow \sim q$. Isso porque é muito comum no dia a dia as pessoas cometerem esse erro.

Observe o exemplo acima: "Se hoje choveu, então João fez a barba". Vamos supor que não choveu. O que podemos afirmar sobre a barba de João? Absolutamente nada, ele pode tanto ter feito quanto não ter feito a barba. Logo, **não podemos dizer que "Se hoje não choveu, então João não fez a barba" é equivalente à condicional original**. Em outras palavras, não podemos dizer que $\sim p \rightarrow \sim q$ é equivalente a $p \rightarrow q$.



Por outro lado, podemos afirmar sem dúvida que $\sim q \rightarrow \sim p$. Em outras palavras, considerando a proposição original, podemos dizer que "Se João não fez a barba, então hoje não choveu".

Em resumo:

$p \rightarrow q$ é equivalente a $\sim q \rightarrow \sim p$

$p \rightarrow q$ não é equivalente a $\sim p \rightarrow \sim q$

Mostre que são equivalentes $p \rightarrow q$ e $\sim q \rightarrow \sim p$.

Para mostrar a equivalência, montaremos a tabela-verdade de $\sim q \rightarrow \sim p$ e compararemos com $p \rightarrow q$.

Passos 1, 2 e 3: determinar o número de linhas da tabela-verdade, desenhar o esquema da tabela-verdade e atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

Vamos também incluir $p \rightarrow q$ para fins de comparação.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$	$p \rightarrow q$
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

Para obter $\sim p$ e $\sim q$, basta inverter o valor lógico de p e de q .

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$	$p \rightarrow q$
V	V	F	F		
V	F	F	V		
F	V	V	F		
F	F	V	V		

A condicional $\sim q \rightarrow \sim p$ é falsa somente quando o antecedente $\sim q$ for verdadeiro e o consequente $\sim p$ for falso.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$	$p \rightarrow q$
V	V	F	F	V	
V	F	F	V	F	
F	V	V	F	V	
F	F	V	V	V	



Por fim, a condicional $p \rightarrow q$ é falsa somente quando o antecedente p for verdadeiro e o conseqüente q for falso.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$	$p \rightarrow q$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Observe que os valores lógicos de $p \rightarrow q$ e $\sim q \rightarrow \sim p$ são exatamente iguais para todas as linhas e, portanto, essas proposições são equivalentes.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$	$p \rightarrow q$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Logo, podemos escrever:

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

Vamos resolver exercícios envolvendo essa equivalência que acabamos de aprender.



(EPC/2023) Considere a seguinte afirmação:

Se subir a montanha é difícil, então a paisagem compensa.

Assinale a alternativa que contém uma equivalente lógica à afirmação apresentada.

- a) Subir a montanha é difícil e a paisagem compensa.
- b) Subir a montanha não é difícil e a paisagem não compensa.
- c) Se a paisagem não compensa, então subir a montanha não é difícil.
- d) Se subir a montanha é difícil, então a paisagem não compensa.
- e) Subir a montanha não é difícil ou a paisagem não compensa.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

m: "Subir a montanha é difícil."

p: "A paisagem compensa."



A sentença original pode ser descrita por $m \rightarrow p$:

$m \rightarrow p$: "Se [subir a montanha é difícil], então [a paisagem compensa]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$m \rightarrow p \equiv \sim p \rightarrow \sim m$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$\sim p \rightarrow \sim m$: "Se [a paisagem não compensa], então [subir a montanha não é difícil]."

Gabarito: Letra C.

(Pref. Bagé/2020) Uma proposição equivalente de "Se a prova está difícil, então Antônio não será aprovado no concurso" é:

- a) A prova está difícil e Antônio não será aprovado no concurso.
- b) Se Antônio for aprovado no concurso, então a prova não está difícil.
- c) A prova está fácil e Antônio foi aprovado no concurso.
- d) A prova está fácil e Antônio não foi aprovado no concurso.
- e) A prova não está fácil e Antônio foi aprovado no concurso.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "A prova está difícil."

a: "Antônio será aprovado no concurso."

A proposição original pode ser descrita por $p \rightarrow \sim a$:

$p \rightarrow \sim a$: "Se [a prova está difícil], então [Antônio não será aprovado no concurso]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.



Para o caso em questão, temos:

$$p \rightarrow \sim a \equiv \sim(\sim a) \rightarrow \sim p$$

Como a dupla negação de a corresponde à própria proposição a , a condicional equivalente pode também ser descrita por $a \rightarrow \sim p$.

$$p \rightarrow \sim a \equiv a \rightarrow \sim p$$

Logo, temos a seguinte proposição equivalente:

$a \rightarrow \sim p$: "Se [Antônio for aprovado no concurso], então [a prova não está difícil]."

Gabarito: Letra B.



Na questão anterior definimos originalmente a seguinte **sentença declarativa afirmativa**:

a : "Antônio será aprovado no concurso."

A sua negação corresponde a:

$\sim a$: "Antônio **não** será aprovado no concurso."

A proposição original, nesse caso, foi descrita por $p \rightarrow \sim a$.

Poderíamos ter resolvido a questão definindo originalmente uma sentença declarativa negativa. Isso em nada altera o gabarito. Poderíamos, portanto, ter definido a proposição a como:

a : "Antônio **não** será aprovado no concurso."

Nesse caso, a sua negação seria:

$\sim a$: "Antônio será aprovado no concurso."

A proposição original, a partir dessas novas definições, seria descrita por $p \rightarrow a$.

A seguir, vamos resolver a mesma questão de outro modo. **Compare com a resolução anterior.**



(Pref. Bagé/2020) Uma proposição equivalente de "Se a prova está difícil, então Antônio não será aprovado no concurso" é:

- a) A prova está difícil e Antônio não será aprovado no concurso.
- b) Se Antônio for aprovado no concurso, então a prova não está difícil.
- c) A prova está fácil e Antônio foi aprovado no concurso.
- d) A prova está fácil e Antônio não foi aprovado no concurso.
- e) A prova não está fácil e Antônio foi aprovado no concurso.

Comentários:

Considere as proposições simples:

p: "A prova está difícil."

a: "Antônio **não** será aprovado no concurso."

Note que, nesse caso, a negação da proposição **a** será:

~a: "Antônio será aprovado no concurso."

A proposição original é descrita por **p → a**:

p → a: "**Se** [a prova está difícil], **então** [Antônio **não** será aprovado no concurso]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$p \rightarrow a \equiv \sim a \rightarrow \sim p$$

Logo, temos a seguinte proposição equivalente:

~a → ~p: "**Se** [Antônio for aprovado no concurso], **então** [a prova **não** está difícil]."

Gabarito: Letra B.



Transformação da condicional (se...então) em disjunção inclusiva (ou)

A segunda equivalência fundamental é a **transformação da condicional (se...então; $\rightarrow$) em disjunção inclusiva (ou; $\vee$)**:

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

A equivalência é realizada do seguinte modo:

1. **Nega-se o primeiro termo;**
2. **Troca-se a condicional (se...então; $\rightarrow$) pela disjunção inclusiva (ou; $\vee$); e**
3. **Mantém-se o segundo termo.**

Como exemplo, considere novamente a seguinte condicional:

$$p \rightarrow q: \text{"Se [hoje choveu], então [João fez a barba]."}$$

Observe que a frase seguinte é equivalente:

$$\sim p \vee q: \text{"[Hoje não choveu] ou [João fez a barba]."}$$

Mostre que são equivalentes $p \rightarrow q$ e $\sim p \vee q$

Para mostrar a equivalência, montaremos a tabela-verdade de $\sim p \vee q$ e compararemos com $p \rightarrow q$.

Passos 1, 2 e 3: determinar o número de linhas, desenhar o esquema e atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

Vamos também incluir $p \rightarrow q$ para fins de comparação.

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$p \rightarrow q$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

Para obter $\sim p$ basta inverter o valor lógico de p .

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$p \rightarrow q$
V	V	F		
V	F	F		
F	V	V		
F	F	V		



A disjunção inclusiva $\sim p \vee q$ só será falsa quando $\sim p$ e q forem ambos falsos.

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$p \rightarrow q$
V	V	F	V	
V	F	F	F	
F	V	V	V	
F	F	V	V	

Por fim, a condicional $p \rightarrow q$ é falsa somente quando o antecedente p for verdadeiro e o conseqüente q for falso.

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$p \rightarrow q$
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Observe que os valores lógicos de $p \rightarrow q$ e $\sim p \vee q$ são exatamente iguais para todas as linhas e, portanto, essas proposições são equivalentes.

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$p \rightarrow q$
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Logo, podemos escrever:

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

Antes de realizar alguns exercícios sobre essa equivalência, é importante que você saiba que a condicional $p \rightarrow q$ apresenta somente duas possíveis equivalências: $\sim q \rightarrow \sim p$ e $\sim p \vee q$:



A condicional $p \rightarrow q$ apresenta somente duas possíveis equivalências:

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

Portanto, uma **condicional** só pode ser equivalente a **outra condicional** ou a uma **disjunção inclusiva**.



Vamos resolver exercícios envolvendo essa equivalência que acabamos de aprender.



(PROCON-DF/2023) A respeito de raciocínio lógico, julgue o item.

As proposições “Se Alice é uma estudante de medicina, então ela é inteligente” e “Alice não é uma estudante de medicina ou é inteligente” são equivalentes.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "Alice é uma estudante de medicina."

i: "Alice é inteligente."

A proposição original pode ser descrita por **$e \rightarrow i$** :

$e \rightarrow i$: "**Se** [Alice é uma estudante de medicina], **então** [ela (Alice) é inteligente]."

Note que a questão sugere que a proposição original é equivalente a uma **disjunção inclusiva (ou; $\vee$)**. Devemos, portanto, usar a equivalência da **transformação da condicional (se...então; $\rightarrow$) em disjunção inclusiva (ou; $\vee$)**.

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (se...então; $\rightarrow$) pela disjunção inclusiva (ou; $\vee$); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$e \rightarrow i \equiv \sim e \vee i$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$\sim e \vee i$: "[Alice **não** é uma estudante de medicina] **ou** [(Alice) é inteligente]."

Gabarito: CERTO.



(PM RN/2023) De acordo com o Raciocínio Lógico proposicional uma frase que equivale a “Se o oficial faltou ao serviço, então a instrução foi cancelada” é a frase:

- a) O oficial não faltou ao serviço ou a instrução foi cancelada
- b) O oficial não faltou ao serviço ou a instrução não foi cancelada
- c) O oficial faltou ao serviço ou a instrução foi cancelada
- d) O oficial faltou ao serviço ou a instrução não foi cancelada
- e) O oficial não faltou ao serviço e a instrução foi cancelada

Comentários:

Sejam as proposições simples:

f: "O oficial faltou ao serviço."

c: "A instrução foi cancelada."

A proposição original pode ser descrita por $f \rightarrow c$:

$f \rightarrow c$: “**Se** [o oficial faltou ao serviço], **então** [a instrução foi cancelada].”

Note que a proposição original é uma condicional e, nas alternativas, as possíveis opções de equivalência são **disjunções inclusivas (ou, $\vee$)** e uma **conjunção (e; $\wedge$)**. Nesse caso, **não devemos utilizar a equivalência contrapositiva**, pois ela resulta em uma nova condicional. Devemos, portanto, usar a equivalência da **transformação da condicional (se...então; $\rightarrow$) em disjunção inclusiva (ou; $\vee$)**:

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

A equivalência é realizada do seguinte modo:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (se...então; $\rightarrow$) pela disjunção inclusiva (ou; $\vee$); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$f \rightarrow c \equiv \sim f \vee c$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$\sim f \vee c$: “[O oficial **não** faltou ao serviço] **ou** [a instrução foi cancelada].”

Gabarito: Letra A.



(Pref. S Parnaíba/2023) Considerando como verdadeira a sentença “Se Marcos cozinha, então ele não lava a louça”, assinale a alternativa que apresenta uma sentença equivalente a esta.

- a) Marcos não cozinha ou não lava a louça.
- b) Marcos não cozinha ou lava a louça.
- c) Se Marcos não lava a louça, então ele cozinha.
- d) Se Marcos lava a louça, então ele cozinha.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Marcos cozinha."

l: "Marcos lava a louça."

A proposição original pode ser descrita por $c \rightarrow \sim l$:

$c \rightarrow \sim l$: "Se [Marcos cozinha], então [ele não lava a louça]."

As alternativas apresentam tanto condicionais (se...então; $\rightarrow$) quanto disjunções inclusivas (ou; $\vee$) como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ (contrapositiva)
- $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$c \rightarrow \sim l \equiv \sim(\sim l) \rightarrow \sim c$$

A dupla negação de l corresponde à proposição original l. Ficamos com:

$$c \rightarrow \sim l \equiv l \rightarrow \sim c$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$l \rightarrow \sim c$: "Se [Marcos lava a louça], então [ele (Marcos) não cozinha]."

Veja que essa equivalência não está nas alternativas apresentadas.



Vamos agora utilizar a segunda equivalência. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Nega-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional (se...então; $\rightarrow$) pela disjunção inclusiva (ou; $\vee$); e
- Mantém-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$c \rightarrow \sim l \equiv \sim c \vee \sim l$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$\sim c \vee \sim l$: "[Marcos **não** cozinha] **ou** [**não** lava a louça]."

Gabarito: Letra A.

(CM POA/2012) Se p e q são proposições, e o símbolo $\sim$ denota negação, o símbolo $\vee$ denota o conectivo "ou", o símbolo $\wedge$ denota o conectivo "e", e o símbolo $\rightarrow$ denota o conectivo condicional, então a proposição $(p \rightarrow \sim q)$ é equivalente à seguinte fórmula

- a) $(\sim p \wedge \sim q)$
- b) $\sim(p \vee q)$
- c) $(\sim p \wedge q)$
- d) $(\sim p \vee q)$
- e) $(\sim p \vee \sim q)$

Comentários:

Note que a proposição original é uma condicional e, nas alternativas, as possíveis opções de equivalência são a **conjunção** (e; $\wedge$) e a **disjunção inclusiva** (ou; $\vee$). Nesse caso, **não devemos utilizar a equivalência contrapositiva**, pois ela resulta em uma nova condicional. Devemos, portanto, aplicar a seguinte equivalência fundamental:

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

A equivalência é realizada do seguinte modo:

- Nega-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional (se...então; $\rightarrow$) pela disjunção inclusiva (ou; $\vee$); e
- Mantém-se o segundo termo.



Aplicando essa equivalência para $(p \rightarrow \sim q)$, temos:

$$p \rightarrow (\sim q) \equiv \sim p \vee (\sim q)$$

A equivalência obtida corresponde à **alternativa E**: $(\sim p \vee \sim q)$.

Gabarito: Letra E.

Transformação disjunção inclusiva (ou) em condicional (se...então)

A terceira equivalência fundamental para sua prova é a **transformação da disjunção inclusiva (ou; $\vee$) em condicional (se...então; $\rightarrow$)**:

$$p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q$$

A equivalência é realizada do seguinte modo:

1. **Nega-se o primeiro termo;**
2. **Troca-se a disjunção inclusiva (ou; $\vee$) pela condicional (se...então; $\rightarrow$); e**
3. **Mantém-se o segundo termo.**

Como exemplo, considere a seguinte disjunção inclusiva:

$p \vee q$: "[Pedro estuda] **ou** [Maria trabalha]."

Observe que a frase seguinte é equivalente:

$\sim p \rightarrow q$: "**Se** [Pedro não estuda], **então** [Maria trabalha]."



Mostre que são equivalentes $p \vee q$ e $\sim p \rightarrow q$.

Para demonstrar a equivalência, poderíamos estruturar a tabela-verdade de $\sim p \rightarrow q$ e comparar com $p \vee q$, como feito nos exemplos anteriores. Contudo, existe uma outra forma.

Já vimos que uma possível equivalência da condicional corresponde a negar o primeiro termo e realizar uma disjunção inclusiva com o segundo termo. A equivalência que conhecemos é:

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

Como as proposições **p** e **q** são arbitrárias (poderíamos ter chamado de **r** e **s**, por exemplo), podemos chamar a primeira proposição de **($\sim p$)**. Assim, continuamos com a mesma regra: negamos o primeiro termo e realizamos uma disjunção inclusiva com o segundo termo.



$$(\sim p) \rightarrow q \equiv \sim(\sim p) \vee q$$

A dupla negação de uma proposição simples é equivalente à própria proposição simples, isto é, $\sim(\sim p) \equiv p$. Substituindo esse fato na equivalência acima, temos:

$$(\sim p) \rightarrow q \equiv p \vee q$$

Agora basta alterar a ordem da equivalência acima para chegarmos ao resultado que queremos:

$$p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q$$

Vamos resolver exercícios envolvendo essa equivalência que acabamos de aprender.



(EPC/2023) Posso contar com os amigos ou ficarei sozinho. Uma afirmação que é logicamente equivalente a afirmação anterior é:

- a) Se não posso contar com os amigos, então ficarei sozinho.
- b) Se posso contar com os amigos, então ficarei sozinho.
- c) Se não posso contar com os amigos, então não ficarei sozinho.
- d) Se ficarei sozinho, então não posso contar com os amigos.
- e) Posso contar com os amigos e ficarei sozinho.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "Posso contar com os amigos."

s: "Ficarei sozinho."

A proposição original pode ser descrita por **aVs**:

aVs: "[Posso contar com os amigos] ou [ficarei sozinho]."

Sabemos que a disjunção inclusiva (ou; $\vee$) apresenta uma equivalência fundamental dada por **$p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q$** . Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Nega-se o primeiro termo;
- Troca-se a disjunção inclusiva (ou; $\vee$) pela condicional (se...então; $\rightarrow$); e
- Mantém-se o segundo termo.



Aplicando essa equivalência para proposição em questão, ficamos com:

$$aVs \equiv \sim a \rightarrow s$$

A equivalência obtida é descrita por:

$\sim a \rightarrow s$: "Se [não posso contar com os amigos], então [ficarei sozinho]."

Gabarito: Letra A.

(Pref. Campinas/2019) Uma afirmação equivalente a: "Os cantadores da madrugada saíram hoje ou eu não ouço bem", é

- a) Os cantadores da madrugada não saíram hoje ou eu ouço bem.
- b) Os cantadores da madrugada saíram hoje e eu ouço bem.
- c) Se os cantadores da madrugada saíram hoje, então eu não ouço bem.
- d) Os cantadores da madrugada não saíram hoje e eu ouço bem.
- e) Se os cantadores da madrugada não saíram hoje, então eu não ouço bem.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Os cantadores da madrugada saíram hoje."

o: "Eu ouço bem."

A proposição original pode ser descrita por $cV\sim o$.

$cV\sim o$: "[Os cantadores da madrugada saíram hoje] ou [eu não ouço bem]."

Sabemos que a disjunção inclusiva (ou; V) apresenta uma equivalência fundamental dada por $pVq \equiv \sim p \rightarrow q$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Nega-se o primeiro termo;
- Troca-se a disjunção inclusiva (ou; V) pela condicional (se...então; $\rightarrow$); e
- Mantém-se o segundo termo.

Aplicando essa equivalência para proposição em questão, ficamos com:

$$cV\sim o \equiv \sim c \rightarrow \sim o$$

A equivalência obtida é descrita por:

$\sim c \rightarrow \sim o$: "Se [os cantadores da madrugada não saíram hoje], então [eu não ouço bem]."

Gabarito: Letra E.



Negações Lógicas

Nesse tópico iremos estudar as principais **negações lógicas**. Antes de apresentarmos as negações, é importante que você entenda que **uma negação lógica acaba sendo uma equivalência proveniente da negação de uma proposição**.

Veremos mais adiante, por exemplo, que a **negação de $p \wedge q$** , que pode ser representada por $\sim(p \wedge q)$, corresponde a $\sim p \vee \sim q$. Nesse caso:

- Podemos dizer que a **negação de $p \wedge q$ é $\sim p \vee \sim q$** ;
- Podemos dizer que **$\sim(p \wedge q)$ é equivalente a $\sim p \vee \sim q$** .

Ao se construir **negação** de uma proposição, constrói-se uma nova proposição com **valores lógicos sempre opostos aos da proposição original**. Para o exemplo apresentado, $\sim p \vee \sim q$ sempre terá o valor contrário da proposição $p \wedge q$ para todas as linhas da tabela-verdade, conforme pode ser observado a seguir:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V	F
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	F	V

Em outras palavras, $\sim p \vee \sim q$ terá o valor lógico da **negação de $p \wedge q$** , dada por $\sim(p \wedge q)$, para todas as linhas da tabela-verdade:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

Veremos a seguir as principais negações que você precisa saber.

Dupla negação da proposição simples

Um resultado importante que pode ser obtido da tabela verdade é que a **negação da negação de p** sempre tem valor lógico igual a **proposição p**, ou seja, é equivalente a **p**.

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

A prova dessa equivalência corresponde à tabela-verdade abaixo.



p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
V	F	V
F	V	F

Como exemplo, temos que a dupla negação "**Não é verdade que [Joãozinho não comeu o chocolate]**" é equivalente a "**Joãozinho comeu o chocolate**".



A **negação da negação de p** é equivalente a **p**.

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

Negação da conjunção e da disjunção inclusiva (Leis de De Morgan)

Nesse tópico, veremos como se nega a **conjunção (e; $\wedge$)** e a **disjunção inclusiva (ou; $\vee$)**. Essas negações são conhecidas como **Leis de De Morgan**.

Negação da conjunção (e; $\wedge$)

Para realizar a negação conjunção **$p \wedge q$** , deve-se seguir o seguinte procedimento:

1. **Negam-se ambas as parcelas da conjunção (e; $\wedge$); e**
2. **Troca-se a conjunção (e; $\wedge$) pela disjunção inclusiva (ou; $\vee$).**

Como resultado, podemos dizer que a negação de **$p \wedge q$** , também conhecida por **$\sim(p \wedge q)$** , é equivalente a **$\sim p \vee \sim q$** :

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Como exemplo, considere as seguintes proposições simples:

p: "Comi lasanha."

q: "Bebi refrigerante."

A conjunção entre dessas duas proposições pode ser descrita por:

$p \wedge q$: "[Comi lasanha] e [bebi refrigerante]."

A negação dessa proposição composta é:

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q: "[\text{Não comi lasanha}] \text{ ou } [\text{não bebi refrigerante}]."$$



Mostre que são equivalentes $\sim(p \wedge q)$ e $\sim p \vee \sim q$.

Passos 1, 2 e 3: determinar o número de linhas, estruturar a tabela-verdade e atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

Para fins de comparação, vamos incluir ambas as proposições em uma mesma tabela.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

Para obter $\sim p$ e $\sim q$, basta inverter o valor lógico de p e de q .

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F			
V	F	F	V			
F	V	V	F			
F	F	V	V			

A conjunção $p \wedge q$ só é verdadeira quando p e q são verdadeiras. Nos demais casos, a conjunção será falsa.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V		
V	F	F	V	F		
F	V	V	F	F		
F	F	V	V	F		

A proposição $\sim(p \wedge q)$ é obtida pela negação de $p \wedge q$.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V	F	
V	F	F	V	F	V	
F	V	V	F	F	V	
F	F	V	V	F	V	

Finalmente, temos que $\sim p \vee \sim q$ é falsa apenas quando $\sim p$ e $\sim q$ forem ambas falsas.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V



Observe que os valores lógicos assumidos por $\sim(p \wedge q)$ e $\sim p \vee \sim q$ são iguais para todas as linhas da tabela-verdade.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

Portanto, podemos escrever que a negação de $p \wedge q$, dada por $\sim(p \wedge q)$, é equivalente a $\sim p \vee \sim q$.

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Negação da disjunção inclusiva (ou; $\vee$)

De modo semelhante à negação da conjunção, para negarmos a disjunção inclusiva $p \vee q$, devemos seguir o seguinte procedimento:

1. Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva (ou; $\vee$); e
2. Troca-se a disjunção inclusiva (ou; $\vee$) pela conjunção (e; $\wedge$).

Como resultado disso, podemos escrever que a negação de $p \vee q$, também conhecida por $\sim(p \vee q)$, é equivalente a $\sim p \wedge \sim q$:

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

Vejamos um exemplo:

$p \vee q$: "[Comi lasanha] ou [bebi refrigerante]."

A negação dessa proposição composta é:

$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$: "[Não comi lasanha] e [não bebi refrigerante]."

Essa equivalência pode ser constatada na tabela-verdade a seguir:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

A seguir temos um mnemônico que resume as duas **Leis de De Morgan**:





Leis de De Morgan

Para negar o "e": **negar ambas** as proposições e **trocar o "e" pelo "ou"**.

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Para negar o "ou": **negar ambas** as proposições e **trocar o "ou" pelo "e"**.

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

Vamos agora resolver exercícios envolvendo as **Leis de De Morgan**.



(BBTS/2023) Considere a afirmação a seguir.

"Eu fiz dieta e não emagreci."

A negação lógica dessa afirmação é:

- a) Eu não fiz dieta e não emagreci.
- b) Eu não fiz dieta ou emagreci.
- c) Eu não fiz dieta e emagreci.
- d) Eu não fiz dieta ou não emagreci.
- e) Eu fiz dieta e emagreci.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "Eu fiz dieta."

e: "Eu emagreci."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **$d \wedge \sim e$** :

$d \wedge \sim e$: "[Eu fiz dieta] e [(eu) não emagreci]."



Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da conjunção (e; $\wedge$); e
- Troca-se a conjunção (e; $\wedge$) pela disjunção inclusiva (ou; $\vee$).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(d \wedge \sim e) \equiv \sim d \vee \sim(\sim e)$$

A dupla negação da proposição simples **e** corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim(d \wedge \sim e) \equiv \sim d \vee e$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$$\sim d \vee e: \text{"[Eu não fiz dieta] ou [(eu) emagreci]."}$$

Gabarito: Letra B.

(AGENERSA/2023) Considere a afirmação:

"Caminho ou não saio do lugar."

Assinale a opção que apresenta sua negação lógica.

- a) Não caminho ou não saio do lugar.
- b) Caminho ou saio do lugar.
- c) Não caminho ou saio do lugar.
- d) Caminho e não saio do lugar.
- e) Não caminho e saio do lugar.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Caminho."

s: "Saio do lugar."

A proposição original pode ser escrita pela disjunção inclusiva $c \vee s$:

$$c \vee s: \text{"[Caminho] ou [não saio do lugar]."}$$



Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva (ou; $\vee$); e**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (ou; $\vee$) pela conjunção (e; $\wedge$).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(c \vee \sim s) \equiv \sim c \vee \sim(\sim s)$$

A dupla negação da proposição simples s corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim(c \vee \sim s) \equiv \sim c \vee s$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$$\sim c \vee s: \text{"[Não caminho] e [saio do lugar]."}'$$

Gabarito: Letra E.

(PM CE/2023) Sabendo-se que não é verdade que o policial militar de serviço pode dormir e pode usar a viatura para fins pessoais, é correto afirmar que:

- O policial militar de serviço pode dormir ou pode usar a viatura para fins pessoais.
- O policial militar de serviço não pode dormir ou não pode usar a viatura para fins pessoais.
- O policial militar de serviço pode dormir ou não pode usar a viatura para fins pessoais.
- O policial militar de serviço não pode dormir ou pode usar a viatura para fins pessoais.
- O policial militar de serviço não pode dormir e não pode usar a viatura para fins pessoais.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "O policial militar de serviço pode dormir."

v: "O policial militar de serviço pode usar a viatura para fins pessoais."

Note que a proposição original pode ser descrita por $\sim(d \wedge v)$:

$\sim(d \wedge v)$: "Não é verdade que [(o policial militar de serviço pode dormir) e ((o policial militar de serviço) pode usar a viatura para fins pessoais)]."

Observe que a proposição original, $\sim(d \wedge v)$, é a negação da conjunção $(d \wedge v)$. Como a questão pergunta por algo que é correto de se afirmar, devemos encontrar algo que é equivalente a $\sim(d \wedge v)$, ou seja, **devemos negar $(d \wedge v)$** .



Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da conjunção (e; $\wedge$); e
- Troca-se a conjunção (e; $\wedge$) pela disjunção inclusiva (ou; $\vee$).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(d \wedge v) \equiv \sim d \vee \sim v$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$\sim d \vee \sim v$: "[O policial militar de serviço **não** pode dormir] **ou** [(o policial militar de serviço) **não** pode usar a viatura para fins pessoais]."

Gabarito: Letra B.

Negação da condicional (se...então)

A negação de $p \rightarrow q$ é realizada por meio da seguinte equivalência:

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

A negação da condicional é realizada do seguinte modo:

1. Mantém-se o primeiro termo;
2. Troca-se a condicional (se...então; $\rightarrow$) pela conjunção (e; $\wedge$); e
3. Nega-se o segundo termo.

Como exemplo, considere a seguinte condicional:

$p \rightarrow q$: "**Se** [eu comi lasanha], **então** [eu bebi refrigerante]."

A negação dessa expressão pode ser escrita como:

$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$: "[Eu comi lasanha] **e** [eu **não** bebi refrigerante]."





Mostre que $\sim(p \rightarrow q)$ é equivalente a $p \wedge \sim q$.

Para demonstrar a equivalência, poderíamos estruturar a tabela-verdade de $\sim(p \rightarrow q)$ e comparar com $p \wedge \sim q$, como feito nos exemplos anteriores. Contudo, existe uma outra forma.

Conhecemos a seguinte equivalência fundamental:

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

Se negarmos ambos os lados da equivalência anterior, obteremos:

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q)$$

O lado direito dessa equivalência é a negação de uma disjunção inclusiva. Utilizando a equivalência de De Morgan, obtemos:

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv \sim(\sim p) \wedge \sim q$$

A negação da negação da proposição simples p é a própria proposição original. Portanto:

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

Essa negação é muito importante e deve ser memorizada.



$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

É muito importante também que você não confunda a equivalência da condicional com a negação da condicional.





Não confunda as seguintes equivalências

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

Vamos resolver exercícios envolvendo essa negação que acabamos de aprender.



(DPE SP/2023) Uma afirmação que corresponde a uma negação da lógica da afirmação:

'Se cada escultura é uma obra de arte, então a chuva é uma grande artista', é

- a) Se a chuva não é uma grande artista, então cada escultura não é uma obra de arte.
- b) Cada escultura é uma obra de arte ou a chuva é uma grande artista.
- c) Cada escultura não é uma obra de arte ou a chuva não é uma grande artista.
- d) Cada escultura é uma obra de arte, e a chuva não é uma grande artista.
- e) Se cada escultura não é uma obra de arte, então a chuva não é uma grande artista.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

o: "Cada escultura é uma obra de arte."

a: "A chuva é uma grande artista."

A sentença original pode ser descrita por **$o \rightarrow a$** :

$o \rightarrow a$: "**Se** [cada escultura é uma obra de arte], **então** [a chuva é uma grande artista]".

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$** . Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Mantém-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional (se...então; $\rightarrow$) pela conjunção (e; $\wedge$); e
- Nega-se o segundo termo.



Para o caso em questão, temos:

$$\sim(o \rightarrow a) \equiv o \wedge \sim a$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

$o \wedge \sim a$: "[Cada escultura é uma obra de arte] e [a chuva **não** é uma grande artista]."

Gabarito: Letra D.

(MPE SP/2023) Considere a proposição:

"Se Maria não sabe Matemática, então ela erra problemas de porcentagem".

Assinale a opção que apresenta a negação dessa proposição.

- a) Se Maria sabe Matemática, então ela não erra problemas de porcentagem.
- b) Se Maria não sabe Matemática, então ela não erra problemas de porcentagem.
- c) Se Maria não erra problemas de porcentagem, então ela sabe Matemática.
- d) Maria não sabe Matemática e não erra problemas de porcentagem.
- e) Maria sabe Matemática e erra problemas de porcentagem.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

m : "Maria sabe Matemática."

p : "Maria erra problemas de porcentagem."

A sentença original pode ser descrita por $\sim m \rightarrow p$:

$\sim m \rightarrow p$: "**Se** [Maria **não** sabe Matemática], **então** [ela (Maria) erra problemas de porcentagem]".

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Mantém-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional (se...então; $\rightarrow$) pela conjunção (e; $\wedge$); e
- Nega-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(\sim m \rightarrow p) \equiv \sim m \wedge \sim p$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

$\sim m \wedge \sim p$: "[Maria **não** sabe Matemática] e [(Maria) **não** erra problemas de porcentagem]."

Gabarito: Letra D.



Questões com mais de uma equivalência

Para fins de resolução de questões de concurso público, é importante que você se familiarize com a **utilização de mais de uma equivalência em um mesmo problema**.

Vamos praticar com algumas questões.



(SEPLAN RR/2023) Considerando os conectivos lógicos usuais, que as letras maiúsculas representam proposições lógicas e que o símbolo $\sim$ representa a negação de uma proposição, julgue o item subsecutivo.

A expressão $(AVB) \rightarrow C$ é equivalente à expressão $(\sim A \wedge \sim B) \vee C$.

Comentários:

Note que originalmente temos uma condicional cujo antecedente é (AVB) e cujo consequente é C . Sabemos que a condicional apresenta somente duas equivalências:

- $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ (contrapositiva)
- $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Como a proposição composta sugerida como equivalente não é uma condicional, vamos utilizar a segunda equivalência.

Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (se...então; $\rightarrow$) pela disjunção inclusiva (ou; $\vee$); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$(AVB) \rightarrow C \equiv \sim(AVB) \vee C$$

Note que $\sim(AVB)$ é a negação de (AVB) , podendo ser desenvolvida por De Morgan. Para negar a disjunção inclusiva "ou" **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Ficamos com:

$$(AVB) \rightarrow C \equiv (\sim A \wedge \sim B) \vee C$$

Gabarito: CERTO.



(TJ SP/2023) Em uma reunião, com seus colaboradores, o chefe do atendimento diz: "Se o atendimento é bom, então o cliente fica satisfeito e volta". A alternativa que contém uma afirmação equivalente à afirmação do chefe é:

- a) Se o cliente fica satisfeito e volta, então o atendimento é bom.
- b) Se o cliente não fica satisfeito ou não volta, então o atendimento não é bom.
- c) O cliente fica satisfeito ou volta e o atendimento é bom.
- d) Se o cliente não fica satisfeito ou volta, então o atendimento não é bom.
- e) O atendimento é bom e o cliente fica satisfeito e volta.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

b: "O atendimento é bom."

s: "O cliente fica satisfeito."

v: "O cliente volta."

A sentença original pode ser descrita por $b \rightarrow (s \wedge v)$:

$b \rightarrow (s \wedge v)$: "Se [o atendimento é bom], então [(o cliente fica satisfeito) e ((o cliente) volta)]."

Note que originalmente temos uma condicional cujo antecedente é **b** e cujo consequente é **(s ∧ v)**. Sabemos que a condicional apresenta somente duas equivalências:

- $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ (contrapositiva)
- $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Vamos começar utilizando a equivalência **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$b \rightarrow (s \wedge v) \equiv \sim (s \wedge v) \rightarrow \sim b:$$

Note que $\sim (s \wedge v)$ é a negação de **(s ∧ v)**, podendo ser desenvolvida por De Morgan. Para negar a conjunção "e" **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Ficamos com:

$$b \rightarrow (s \wedge v) \equiv (\sim s \vee \sim v) \rightarrow \sim b:$$



Note que a proposição obtida como equivalente corresponde à **alternativa B**, que é o **gabarito da questão**:

$(\sim s \vee \sim v) \rightarrow \sim b$: "**Se** [(o cliente **não** fica satisfeito) **ou** ((o cliente) **não** volta)], **então** [o atendimento **não** é bom]."

Para fins didáticos, vamos aplicar a segunda equivalência da condicional, dada por $p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (ou; $\vee$) pela condicional (se...então; $\rightarrow$); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$b \rightarrow (s \wedge v) \equiv \sim b \vee (s \wedge v)$$

Ficamos com a seguinte equivalência:

$\sim b \vee (s \wedge v)$: "[O atendimento **não** é bom] **ou** [(o cliente fica satisfeito) **e** ((o cliente) volta)]."

Veja que não temos essa opção nas alternativas.

Gabarito: Letra B.

(CBM SC/2023) Dentre as alternativas a seguir, aquela que contém a negação lógica da proposição composta "Estou doente e, se o médico permite, então viajo" é:

- a) Estou doente e o médico permite e não viajo.
- b) Não estou doente e o médico permite e viajo.
- c) Estou doente ou o médico permite e não viajo.
- d) Não estou doente e o médico permite e não viajo.
- e) Não estou doente ou o médico permite e não viajo.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "Estou doente."

m: "O médico permite."

v: "Eu viajo."

A sentença original pode ser descrita por $d \wedge (m \rightarrow v)$:

$d \wedge (m \rightarrow v)$: "[Estou doente] **e**, [se (o médico permite), **então** ((eu) viajo)]"



Devemos negar a sentença original. Note que **temos uma conjunção (e; $\wedge$)** entre a proposição simples **d** e a condicional (**$m \rightarrow v$**).

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção (e; $\wedge$);**
- **Troca-se a conjunção (e; $\wedge$) pela disjunção inclusiva (ou; $\vee$).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim[d \wedge (m \rightarrow v)] \equiv \sim d \vee \sim(m \rightarrow v)$$

Note que uma das parcelas obtidas, **$\sim(m \rightarrow v)$** , é a negação da condicional (**$m \rightarrow v$**).

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (se...então; $\rightarrow$) pela conjunção (e; $\wedge$); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Logo, ficamos com:

$$\sim[d \wedge (m \rightarrow v)] \equiv \sim d \vee (m \wedge \sim v)$$

Logo, a negação requerida corresponde a:

$$\sim d \vee (m \wedge \sim v): \text{"[Não estou doente] ou [(o médico permite) e (não viajo)]."}$$

Gabarito: Letra E.



Outras equivalências e negações

Neste tópico, serão apresentadas **outras equivalências e negações** que, **apesar de apresentarem baixa incidência, podem aparecer na sua prova.**

Negações da conjunção (e) para a forma condicional (se...então)

Existem duas maneiras de se negar a conjunção de modo que ela adquira a forma condicional:

$$\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$$

Considere, por exemplo, a seguinte conjunção:

$p \wedge q$: "[Comi lasanha] e [bebi refrigerante]."

Além de negar por De Morgan, temos as seguintes possíveis negações de $p \wedge q$:

$\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$: "Se [comi lasanha], então [não bebi refrigerante]."

$\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$: "Se [bebi refrigerante], então [não comi lasanha]."



Mostre que $\sim(p \wedge q)$ e $p \rightarrow \sim q$ são equivalentes.

Utilizando a negação da conjunção por De Morgan, temos:

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Chegamos a uma disjunção inclusiva (ou; $\vee$), mas queremos encontrar uma condicional (se...então, $\rightarrow$). Como proceder? Basta lembrar que existe uma equivalência fundamental que correlaciona a disjunção inclusiva com a condicional, que é dada por $p \vee q \equiv p \rightarrow q$.

Essa equivalência nos diz basicamente que, para levar uma disjunção inclusiva para a condicional, devemos **negar o primeiro termo, trocar a disjunção inclusiva pela condicional e manter o segundo termo**. Aplicando esse procedimento para $\sim p \vee \sim q$, temos:

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim(\sim p) \rightarrow \sim q$$

A dupla negação da proposição simples p é a própria proposição original. Assim, chegamos ao resultado pretendido:

$$\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$$

Agora que sabemos que $\sim(p \wedge q)$ é equivalente a $p \rightarrow \sim q$, a prova da outra equivalência fica mais simples. Veja:



Mostre que $\sim(p \wedge q)$ e $q \rightarrow \sim p$ são equivalentes.

Temos a seguinte equivalência:

$$\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$$

Aplicando a **equivalência contrapositiva** em $p \rightarrow \sim q$, ficamos com:

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim(\sim q) \rightarrow \sim p$$

A dupla negação da proposição simples **q** é a própria proposição original. Assim, chegamos ao resultado pretendido:

$$\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$$



$$\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$$

(MRE/2016) Considere a sentença "Corro e não fico cansado". Uma sentença logicamente equivalente à negação da sentença dada é:

- a) Se corro então fico cansado.
- b) Se não corro então não fico cansado.
- c) Não corro e fico cansado.
- d) Corro e fico cansado.
- e) Não corro ou não fico cansado.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Corro."

f: "Fico cansado."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção $c \wedge \sim f$:

$c \wedge \sim f$: "[Corro] e [não fico cansado]."



A questão pede pela **negação da conjunção (e; $\wedge$)** considerada. **Em regra, devemos utilizar De Morgan para negar uma conjunção. Logo, vamos testar essa possibilidade primeiro.**

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção (e; $\wedge$); e**
- **Troca-se a conjunção (e; $\wedge$) pela disjunção inclusiva (ou; $\vee$).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(c \wedge \sim f) \equiv \sim c \vee \sim(\sim f)$$

A dupla negação da proposição simples **f** corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim(c \wedge \sim f) \equiv \sim c \vee f$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$$\sim c \vee f: \text{ "[Não corro] ou [fico cansado]."}$$

Note que essa possível negação não está presente nas alternativas. Observe, porém, que as alternativas A e B apresentam condicionais como a negação da conjunção original. Logo, vamos utilizar as seguintes negações da conjunção:

$$\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$$

ou

$$\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$$

Aplicando essas equivalências para o caso em questão, ficamos com:

$$\sim(c \wedge \sim f) \equiv c \rightarrow \sim(\sim f)$$

ou

$$\sim(c \wedge \sim f) \equiv \sim f \rightarrow \sim c$$

A dupla negação de **f** corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim(c \wedge \sim f) \equiv c \rightarrow f$$

ou

$$\sim(c \wedge \sim f) \equiv \sim f \rightarrow \sim c$$



Logo, podemos escrever a negação da conjunção $c \wedge \sim f$ das seguintes formas:

$$\sim(c \wedge \sim f) \equiv c \rightarrow f: \text{"Se [corro], então [fico cansado]."}.$$

ou

$$\sim(c \wedge \sim f) \equiv \sim f \rightarrow \sim c: \text{"Se [não fico cansado], então [não corro]."}.$$

Veja que a primeira possibilidade de se negar a conjunção está presente na **alternativa A**, que é o **gabarito da questão**.

Gabarito: Letra A.

Conjunção de condicionais

Existem duas equivalências envolvendo **conjunção de condicionais** que de vez em quando aparecem nas provas:

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$$



ACORDE!

Quando o **termo comum** é o **consequente**, a equivalência apresenta uma **disjunção inclusiva** no **antecedente**.

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

Quando o **termo comum** é o **antecedente**, a equivalência apresenta uma **conjunção** no **consequente**.

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$$

Podemos verificar as duas equivalências por tabela-verdade:

P	Q	R	$P \rightarrow R$	$Q \rightarrow R$	$P \vee Q$	$(P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow R)$	$(P \vee Q) \rightarrow R$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	F	V	V



P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$P \rightarrow R$	$Q \wedge R$	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	$P \rightarrow (Q \wedge R)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	F
V	V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V

(SEFAZ-AL/2020) Considere as proposições:

- **P1**: "Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então o trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado."
- **P2**: "Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos."

A proposição **P1** $\wedge$ **P2** é equivalente à proposição "Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então o trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos."

Comentários:

Considere as proposições simples:

c: "Há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa."

t: "O trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado."

b: "Os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos."

A proposição **P1** pode ser descrita por **c** $\rightarrow$ **t** e a proposição **P2** pode ser descrita por **c** $\rightarrow$ **b**. Logo, a proposição **P1** $\wedge$ **P2** pode ser descrita por:

$$(c \rightarrow t) \wedge (c \rightarrow b)$$

Devemos, portanto, avaliar se **(c** $\rightarrow$ **t)** $\wedge$ **(c** $\rightarrow$ **b)** é equivalente a:

"Se [há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa], então [(o trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado) e (os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos)]."

Isto é, devemos avaliar se **(c** $\rightarrow$ **t)** $\wedge$ **(c** $\rightarrow$ **b)** é equivalente a **c** $\rightarrow$ **(t** $\wedge$ **b)**.

Sabemos que essas duas proposições compostas são equivalentes, pois correspondem à seguinte equivalência estudada:

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$$

O gabarito, portanto, é **CERTO**.



Caso você não se lembre dessa equivalência na hora da prova, não se esqueça que **SEMPRE** podemos recorrer à **tabela-verdade** para verificar se duas proposições são equivalentes. Isso porque, pela definição de equivalências, temos que duas proposições **A** e **B** são **equivalentes** quando todos os **valores lógicos** (V ou F) assumidos por elas **são iguais** para **todas as combinações de valores lógicos atribuídos às proposições simples que as compõem**.

Para o caso em questão, podemos montar a seguinte tabela-verdade:

c	t	b	$c \rightarrow t$	$c \rightarrow b$	$t \wedge b$	$(c \rightarrow t) \wedge (c \rightarrow b)$	$c \rightarrow (t \wedge b)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	F
V	F	V	F	V	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V

Veja que ambas as proposições apresentam a mesma tabela-verdade e, portanto, são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

(PF/2004) As proposições $(P \vee Q) \rightarrow S$ e $(P \rightarrow S) \vee (Q \rightarrow S)$ possuem tabelas de valorações iguais.

Comentários:

A assertiva está ERRADA. A equivalência correta seria $(P \rightarrow S) \wedge (Q \rightarrow S) \equiv (P \vee Q) \rightarrow S$.

Lembre-se que as equivalências mostradas nesse tópico são **conjunções (e; $\wedge$) de condicionais**. Veja:

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$$

Para mostrar formalmente que $(P \vee Q) \rightarrow S$ e $(P \rightarrow S) \vee (Q \rightarrow S)$ **não** possuem tabelas de valorações iguais, isto é, para mostrar que essas proposições **não** são equivalentes, podemos montar a seguinte tabela-verdade:

P	Q	S	$P \rightarrow S$	$Q \rightarrow S$	$P \vee Q$	$(P \rightarrow S) \vee (Q \rightarrow S)$	$(P \vee Q) \rightarrow S$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V	F
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V

Gabarito: ERRADO.



Equivalências da disjunção exclusiva (ou...ou)

Uma forma equivalente de se escrever a **disjunção exclusiva** (ou...ou; $\vee$) consiste em **negar ambos os termos**:

$$p \vee q \equiv (\sim p) \vee (\sim q)$$

Como exemplo, considere a disjunção exclusiva:

$$p \vee q: \text{"Ou [jogo bola], ou [jogo sinuca]."}$$

Essa disjunção exclusiva é equivalente a:

$$(\sim p) \vee (\sim q): \text{"Ou [não jogo bola], ou [não jogo sinuca]."}$$



Uma possível equivalência da disjunção exclusiva $p \vee q$ consiste em negar tanto p quanto q :

$$p \vee q \equiv (\sim p) \vee (\sim q)$$

Além disso, outras duas possibilidades de se obter equivalências da disjunção exclusiva consiste em transformá-la em uma **bicondicional** (se e somente se; $\leftrightarrow$) **negando-se apenas um dos termos**:

$$p \vee q \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$p \vee q \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

Para fins de exemplo, considere novamente a seguinte disjunção exclusiva:

$$p \vee q: \text{"Ou [jogo bola], ou [jogo sinuca]."}$$

Essa disjunção exclusiva também é equivalente às seguintes proposições:

$$(\sim p) \leftrightarrow q: \text{"[Não jogo bola] se e somente se [jogo sinuca]."}$$

$$p \leftrightarrow (\sim q): \text{"[Jogo bola] se e somente se [não jogo sinuca]."}$$





$$p \vee q \equiv (\sim p) \vee (\sim q)$$

$$p \vee q \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$p \vee q \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

(TCE SP/2017) Se a afirmação “Ou Renato é o gerente da loja ou Rodrigo é o dono da loja” é verdadeira, então uma afirmação necessariamente verdadeira é:

- a) Renato é o gerente da loja e Rodrigo é o dono da loja.
- b) Renato é o gerente da loja se, e somente se, Rodrigo não é o dono da loja.
- c) Se Renato não é o gerente da loja, então Rodrigo não é o dono da loja.
- d) Se Renato é o gerente da loja, então Rodrigo é o dono da loja.
- e) Renato é o gerente da loja.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

g: "Renato é o gerente da loja."

d: "Rodrigo é o dono da loja."

A proposição original pode ser descrita por **$g \vee d$** :

$g \vee d$: "Ou [Renato é o gerente da loja] ou [Rodrigo é o dono da loja]."

Temos que procurar nas alternativas uma resposta equivalente a uma **disjunção exclusiva**. Sabemos que existem as seguintes equivalências:

$$p \vee q \equiv (\sim p) \vee (\sim q)$$

$$p \vee q \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$p \vee q \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

Como não há uma disjunção exclusiva nas respostas, devemos testar as últimas duas equivalências. Para o caso em questão, temos as seguintes equivalências:

$$g \vee d \equiv (\sim g) \leftrightarrow d$$

$$g \vee d \equiv g \leftrightarrow (\sim d)$$



Essas equivalências podem ser descritas por:

$(\sim g) \leftrightarrow d$: "[Renato **não** é o gerente da loja] **se, e somente se,** [Rodrigo é o dono da loja]."

$g \leftrightarrow (\sim d)$: "[Renato é o gerente da loja] **se, e somente se,** [Rodrigo **não** é o dono da loja]."

Veja que $g \leftrightarrow (\sim d)$ corresponde à proposição composta que está na **letra B**, que é o **gabarito da questão**.

Gabarito: Letra B.

Negação da disjunção exclusiva (ou...ou)

A principal **negação da disjunção exclusiva** é a **bicondicional**:

$$\sim(p \vee q) \equiv p \leftrightarrow q$$

Como exemplo, considere a seguinte disjunção exclusiva:

$p \vee q$: "**Ou** [jogo bola], **ou** [jogo sinuca]."

A negação dessa disjunção exclusiva pode ser escrita da seguinte forma:

$\sim(p \vee q) \equiv p \leftrightarrow q$: "[Jogo bola] **se e somente se** [jogo sinuca]."



Mostre que são equivalentes $\sim(p \vee q)$ e $p \leftrightarrow q$.

Vamos colocar lado a lado as tabelas-verdade de $p \leftrightarrow q$ e $p \vee q$.

p	q	$p \vee q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	F	V
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

Quando as proposições simples **p** e **q** têm o mesmo valor lógico, a disjunção exclusiva $p \vee q$ é falsa. Nos demais casos, é verdadeira.

Para a bicondicional $p \leftrightarrow q$ ocorre exatamente o oposto: os casos em que ela é verdadeira são somente aqueles em que **p** e **q** são iguais.



Isso significa que, ao negarmos a disjunção exclusiva, chegaremos à bicondicional. Veja:

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	F	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	V	V

Assim, temos:

$$\sim(p \vee q) \equiv p \leftrightarrow q$$



Uma possível **negação para a disjunção exclusiva** é a **bicondicional**:

$$\sim(p \vee q) \equiv p \leftrightarrow q$$

Podemos ainda negar a disjunção exclusiva negando **apenas uma** das suas parcelas. Veja:

$$\sim(p \vee q) \equiv (\sim p) \vee q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv p \vee (\sim q)$$

Como exemplo, considere novamente a seguinte disjunção exclusiva:

$$p \vee q: \text{"Ou [jogo bola], ou [jogo sinuca]."}$$

A negação dessa disjunção exclusiva também pode ser escrita das seguintes formas:

$$\sim(p \vee q) \equiv (\sim p) \vee q: \text{"Ou [não jogo bola], ou [jogo sinuca]."}$$

$$\sim(p \vee q) \equiv p \vee (\sim q): \text{"Ou [jogo bola], ou [não jogo sinuca]."}$$



$$\sim(p \vee q) \equiv p \leftrightarrow q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv (\sim p) \vee q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv p \vee (\sim q)$$



Vamos resolver alguns exercícios relativos à negação da disjunção exclusiva.



(DPE SP/2023) Considere a seguinte afirmação:

Ou Flávio é funcionário público ou Flávio é funcionário de empresa privada.

Assinale a alternativa que contém uma negação lógica para a afirmação apresentada.

- a) Ou Flávio não é funcionário público ou Flávio não é funcionário de empresa privada.
- b) Flávio é funcionário de empresa privada se, e somente se, ele é funcionário público.
- c) Se Flávio é funcionário público, então ele é funcionário de empresa privada.
- d) Flávio é funcionário de empresa privada e é funcionário público.
- e) Flávio é funcionário público ou é funcionário de empresa privada.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Flávio é funcionário público."

e: "Flávio é funcionário de empresa privada."

A afirmação original é uma **disjunção exclusiva (ou...ou)** representada por **$p \vee e$** :

$p \vee e$: " **Ou** [Flávio é funcionário público] **ou** [Flávio é funcionário de empresa privada]."

Conhecemos as seguintes negações da disjunção exclusiva:

$$\sim(p \vee q) \equiv p \leftrightarrow q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv (\sim p) \vee q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv p \vee (\sim q)$$

Veja que **as alternativas C, D e E podem ser eliminadas**, pois a negação da disjunção exclusiva **não pode ser** uma **condicional**, uma **conjunção** ou uma **disjunção inclusiva**. **Restam apenas as alternativas A e B.**

Aplicando negações aprendidas para o caso em questão, temos:

$$\sim(p \vee e) \equiv p \leftrightarrow e$$

$$\sim(p \vee e) \equiv (\sim p) \vee e$$

$$\sim(p \vee e) \equiv p \vee (\sim e)$$



Veja que **a alternativa A está errada**, pois ela nega ambas as parcelas da disjunção exclusiva, apresentando a proposição $(\sim p) \vee (\sim e)$. Essa proposição é uma equivalência de $p \vee e$, não uma negação de $p \vee e$.

Logo, **a alternativa correta é a letra B**, que apresenta uma possibilidade para a negação $\sim(p \vee e)$, dada por $p \leftrightarrow e$:

$\sim(p \vee e) \equiv p \leftrightarrow e$: "[Flávio é funcionário de empresa privada] **se, e somente se,** [ele é funcionário público]."

Gabarito: Letra B.

(CMSJC/2022) Considere a afirmação: "Ou arranjo emprego ou não me caso". A negação dessa afirmação é:

- a) Se eu arranjo emprego, então eu me caso.
- b) Se eu não arranjo emprego, então eu me caso.
- c) Ou não arranjo emprego ou me caso.
- d) Ou não arranjo emprego ou não me caso.
- e) Arranjo emprego e não me caso.

Comentários:

Considere as proposições simples:

a: "Arranjo emprego."

c: "Me caso."

A afirmação original é uma **disjunção exclusiva** (**ou...ou**) representada por $a \vee \sim c$:

$a \vee \sim c$: "**Ou** [arranjo emprego] **ou** [não me caso]."

Conhecemos as seguintes negações da disjunção exclusiva:

$$\sim(p \vee q) \equiv p \leftrightarrow q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv (\sim p) \vee q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv p \vee (\sim q)$$

Note que nas alternativas **não temos nenhuma bicondicional**. Portanto, **não devemos utilizar essa forma de se negar a disjunção exclusiva**.

Utilizando a negação $\sim(p \vee q) \equiv (\sim p) \vee q$ para o caso em questão, ficamos com:

$\sim(a \vee \sim c) \equiv \sim a \vee \sim \sim c$: "**Ou** [não arranjo emprego] **ou** [não me caso]."

Veja que a primeira negação está presente na **alternativa D**, que é o **gabarito** da questão.



Note que o uso da equivalência $\sim(p \vee q) \equiv p \vee (\sim q)$ também seria possível. Ocorre que, nesse caso, não encontramos resposta. Vejamos:

$$\sim(a \vee \sim c) \equiv a \vee \sim(\sim c)$$

A dupla negação de c corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim(a \vee \sim c) \equiv a \vee c$$

Logo, a negação poderia ser descrita por:

$$\sim(a \vee \sim c) \equiv a \vee c: \text{"Ou [arranjo emprego] ou [me caso]."}$$

Note que essa possibilidade não aparece nas possíveis alternativas.

Gabarito: Letra D.

Equivalências da bicondicional (se e somente se)

Inicialmente, é importante que você saiba que a bicondicional apresenta a seguinte equivalência:

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Considere, por exemplo, a seguinte bicondicional $p \leftrightarrow q$:

$$p \leftrightarrow q: \text{"[Durmo] se e somente se [estou cansado]"}$$

Essa bicondicional é equivalente a $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$:

$$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p): \text{"[Se (estou cansado), então (durmo)] e [se (durmo), então (estou cansado)]"}$$

Os alunos costumam decorar essa equivalência do seguinte modo: uma forma equivalente à bicondicional é **ir** $(p \rightarrow q)$ **e** $(\wedge)$ **voltar** $(q \rightarrow p)$ com a condicional.



$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Mnemônico: uma forma equivalente à **bicondicional** é **ir e voltar** com a **condicional**

Outra forma equivalente de se escrever a bicondicional consiste em **negar ambos os termos**:

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$$



Considere novamente a seguinte bicondicional $p \leftrightarrow q$:

$$p \leftrightarrow q: "[\text{Durmo}] \text{ se e somente se } [\text{estou cansado}]"$$

Essa bicondicional é equivalente a $(\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$:

$$(\sim p) \leftrightarrow (\sim q): "[\text{Não durmo}] \text{ se e somente se } [\text{não estou cansado}]."$$



Uma possível equivalência da bicondicional $p \leftrightarrow q$ consiste em negar tanto p quanto q :

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$$

Além disso, outras duas possibilidades de se obter uma equivalência da bicondicional consiste em transformá-la em uma **disjunção exclusiva** (**ou...ou; $\vee$**) **negando-se apenas um dos termos**:

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \vee q$$

$$p \leftrightarrow q \equiv p \vee (\sim q)$$

Para fins de exemplo, considere novamente a seguinte bicondicional:

$$p \leftrightarrow q: "[\text{Durmo}] \text{ se e somente se } [\text{estou cansado}]"$$

Essa bicondicional também é equivalente às seguintes proposições:

$$(\sim p) \vee q: "[\text{Ou não durmo}], \text{ ou } [\text{estou cansado}]."$$

$$p \vee (\sim q): "[\text{Ou durmo}], \text{ ou } [\text{não estou cansado}]."$$



$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \vee q$$

$$p \leftrightarrow q \equiv p \vee (\sim q)$$



Vejamos algumas questões sobre equivalências da bicondicional.



(APPGG Pref. SP/2023) Uma proposição lógica equivalente à proposição “Adriano é pai se, e somente se, Giuliano é filho” está contida na alternativa:

- a) Se Giuliano não é filho, então Adriano não é pai.
- b) Adriano é pai, e Giuliano não é filho.
- c) Ou Adriano é pai, ou Giuliano é filho.
- d) Se Adriano é pai, então Giuliano é filho.
- e) Ou Giuliano é filho, ou Adriano não é pai.

Comentários:

Sejam as seguintes proposições simples:

a: "Adriano é pai."

g: "Giuliano é filho."

A proposição original pode ser escrita pela bicondicional $a \leftrightarrow g$:

“[Adriano é pai] **se, e somente se,** [Giuliano é filho].”

Conhecemos as seguintes equivalências para a bicondicional:

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \vee q$$

$$p \leftrightarrow q \equiv p \vee (\sim q)$$

Note que **as alternativas A e D podem ser eliminadas**, pois são condicionais em que há apenas duas proposições simples sem uma conjunção.

A **alternativa B também pode ser eliminada**, pois a bicondicional não pode ser equivalente a uma conjunção.

Logo, **restam as alternativas C e E, que são disjunções exclusivas (ou...ou; $\vee$)**. Devemos, portanto, aplicar as duas últimas equivalências:

$$a \leftrightarrow g \equiv (\sim a) \vee g: \text{ "Ou [Adriano não é pai], ou [Giuliano é filho]."}$$

$$a \leftrightarrow g \equiv a \vee (\sim g): \text{ "Ou [Adriano é pai], ou [Giuliano não é filho]."}$$



Note que a **alternativa C deve ser eliminada**, pois ela não negou nenhuma parcela. Essa alternativa corresponde a $a \vee g$:

$a \vee g$: "Ou [Adriano é pai], ou [Giuliano é filho]."

A **alternativa correta** é a **letra E**, que apresenta a proposição $g \vee (\sim a)$.

Ainda nessa aula, em **álgebra de proposições**, veremos que na disjunção exclusiva podemos trocar livremente de posição ambas as parcelas, de modo que a equivalência dada por $(\sim a) \vee g$ corresponde a $g \vee (\sim a)$:

$g \vee (\sim a)$: "Ou [Giuliano é filho], ou [Adriano **não** é pai]."

Gabarito: Letra E.

(ISS RJ/2010) A proposição "um número inteiro é par se e somente se o seu quadrado for par" equivale logicamente à proposição:

- a) se um número inteiro for par, então o seu quadrado é par, e se um número inteiro não for par, então o seu quadrado não é par.
- b) se um número inteiro for ímpar, então o seu quadrado é ímpar.
- c) se o quadrado de um número inteiro for ímpar, então o número é ímpar.
- d) se um número inteiro for par, então o seu quadrado é par, e se o quadrado de um número inteiro não for par, então o número não é par.
- e) se um número inteiro for par, então o seu quadrado é par.

Comentários:

Sejam as proposições:

p: "Um número inteiro é par."

q: "O quadrado de um número inteiro é par."

A proposição composta pode ser assim representada:

$p \leftrightarrow q$: "[Um número inteiro é par] **se e somente se** [o seu quadrado for par]."

Sabemos que uma possível equivalência para a bicondicional é:

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Não temos alternativa que corresponda a essa última equivalência. Note, porém, que se realizarmos a **contrapositiva de** $(q \rightarrow p)$, encontramos:

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (\sim p \rightarrow \sim q)$$



Esse resultado pode ser lido como:

$(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \rightarrow \sim q)$: "[Se (um número inteiro for par), então (o seu quadrado é par)], e [se (um número inteiro não for par), então (o seu quadrado não é par)]."

Gabarito: Letra A.

Negações da bicondicional (se e somente se)

São quatro as maneiras mais comuns de se negar a bicondicional. A primeira que vamos apresentar é que a **negação da bicondicional é equivalente à disjunção exclusiva**.

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \vee q$$

Considere novamente a seguinte bicondicional $p \leftrightarrow q$:

$p \leftrightarrow q$: "[Durmo] **se e somente se** [estou cansado]"

A negação dessa bicondicional pode ser escrita da seguinte forma:

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \vee q: \text{"Ou [Durmo], ou [estou cansado]"}$$

Mostre que $\sim(p \leftrightarrow q)$ e $p \vee q$ são equivalentes.

Podemos demonstrar a equivalência $\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \vee q)$ utilizando outra equivalência já conhecida, a negação da disjunção exclusiva:

$$\sim(p \vee q) \equiv p \leftrightarrow q$$

Podemos negar os dois lados desse resultado da seguinte forma:

$$\sim(\sim(p \vee q)) \equiv \sim(p \leftrightarrow q)$$

A proposição composta $p \vee q$ é uma proposição assim como qualquer proposição simples, com a diferença que ela é resultado de uma composição de proposições simples por meio de um conectivo. Assim, continua válido o entendimento de que ao negar duas vezes uma proposição retornamos à proposição original. Logo:

$$p \vee q \equiv \sim(\sim(p \vee q))$$

Esse resultado pode ser escrito da seguinte forma, trocando os lados direito e esquerdo da equivalência anterior:

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \vee q)$$





Uma possível **negação para a bicondicional** é a **disjunção exclusiva**:

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \vee q$$

Podemos ainda negar a proposição bicondicional negando **apenas uma** das suas parcelas. Veja:

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

Como exemplo, considere novamente a seguinte bicondicional:

$$p \leftrightarrow q: "[\text{Durmo}] \text{ se e somente se } [\text{estou cansado}]"$$

A negação dessa bicondicional também pode ser escrita das seguintes formas:

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p) \leftrightarrow q: "[\text{Não durmo}] \text{ se e somente se } [\text{estou cansado}]"$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow (\sim q): "[\text{Durmo}] \text{ se e somente se } [\text{não estou cansado}]"$$

Cabe salientar que existe uma outra forma de **negação da bicondicional utilizando apenas operadores de conjunção e de disjunção inclusiva**:

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$



Mostre que $\sim(p \leftrightarrow q)$ e $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$ são equivalentes.

A utilização da tabela-verdade é a forma tradicional de se provar a equivalência. Vejamos, porém, uma forma mais interessante de provar esta equivalência por meio de outras equivalências que já aprendemos.

Vamos utilizar a seguinte equivalência para a bicondicional já conhecida:

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Se negarmos ambos os lados da equivalência teremos o seguinte:

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv \sim((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$$



Veja-se que o lado direito da equivalência é a negação de uma conjunção, que pode ser reescrita utilizando De Morgan:

$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv \sim (p \rightarrow q) \vee \sim (q \rightarrow p)$$

Agora devemos negar os dois condicionais, $(p \rightarrow q)$ e $(q \rightarrow p)$.

$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$



$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv p \vee q$$

$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

Vamos resolver alguns exercícios relativos à negação da bicondicional.



(CAU TO/2023) Com relação a estruturas lógicas, julgue o item.

A negação de “A Fênix é imortal se, e somente se, renasce das cinzas” é “Ou a Fênix é imortal ou renasce das cinzas”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

i: “A Fênix é imortal.”

r: “A Fênix renasce das cinzas.”

A afirmação original é a bicondicional $i \leftrightarrow r$:

$i \leftrightarrow r$: “[A Fênix é imortal] **se, e somente se,** [renasce das cinzas].”

A questão sugere que a negação da bicondicional é uma disjunção exclusiva. Devemos, portanto, utilizar a negação $\sim (p \leftrightarrow q) \equiv p \vee q$. Para o caso em questão, temos:



$$\sim(i \leftrightarrow r) \equiv i \vee r$$

Ficamos com a seguinte negação:

$$\sim(i \leftrightarrow r) \equiv i \vee r: \text{"Ou [a Fênix é imortal] ou [renasce das cinzas]."}"$$

Gabarito: CERTO.

(Pref. Vila Lângaro/2019) A negação da proposição "João passa no concurso público se e somente se João estuda" é:

- a) João não passa no concurso público se e somente se João não estudou.
- b) João não passa no concurso público e João não estudou.
- c) João passa no concurso público e João estuda.
- d) Ou João passa no concurso público ou João estuda.
- e) Se João passa no concurso público, então João estuda.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "João passa no concurso público."

e: "João estuda."

A afirmação original é a bicondicional $p \leftrightarrow e$:

$$p \leftrightarrow e: \text{"[João passa no concurso público] se, e somente se, [João estuda]."}"$$

As principais formas de se negar a bicondicional são:

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \vee q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

Note que a primeira forma de se negar a bicondicional apresentada, quando aplicada para a bicondicional $p \leftrightarrow e$, corresponde à **alternativa D**, que é o **gabarito da questão**:

$$\sim(p \leftrightarrow e) \equiv p \vee e: \text{" Ou [João passa no concurso público] ou [João estuda]."}"$$

As demais formas apresentadas nas alternativas não correspondem à negação da bicondicional. Especial atenção deve ser dada à **alternativa A**, que **apresenta uma equivalência da bicondicional, não uma negação**:

$$p \leftrightarrow e \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim e)$$

Gabarito: Letra D.



ÁLGEBRA DE PROPOSIÇÕES

Álgebra de proposições
Propriedade comutativa Todos os conectivos, exceto o condicional (se...então; $\rightarrow$), gozam da propriedade comutativa. $p \wedge q \equiv q \wedge p$ $p \vee q \equiv q \vee p$ $p \underline{\vee} q \equiv q \underline{\vee} p$ $p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$
Propriedade associativa $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
Propriedade distributiva $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
Propriedade da identidade $p \wedge t \equiv p$ $p \wedge c \equiv c$ $p \vee t \equiv t$ $p \vee c \equiv p$
Propriedade da absorção $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$
Propriedade da idempotência $p \wedge p \equiv p$ $p \vee p \equiv p$
Álgebra de proposições $\times$ tautologia, contradição e contingência Desenvolver a proposição composta original até se chegar: • Em uma tautologia t; ou • Em uma contradição c; ou • Em uma contingência, que pode ser uma proposição simples p, uma conjunção $p \wedge q$, etc. Bicondicional em problemas de tautologia, contradição e contingência $X \leftrightarrow Y$ • Se X e Y forem proposições equivalentes, a bicondicional será uma tautologia. • Se X e Y forem proposições em que uma é a negação da outra, a bicondicional será uma contradição.



Introdução

A **álgebra de proposições** trata do uso sequencial de equivalências lógicas e de outras propriedades para simplificar expressões.

O uso dessa ferramenta é interessante para resolver questões de um modo mais rápido. Além disso, pode ser **muito útil em questões mais diretas de equivalências lógicas, quando a banca tenta "esconder" a equivalência nas alternativas.**

O mais importante é você conhecer as propriedades **comutativa, associativa e distributiva** e suas aplicações mais imediatas nas questões. Isso porque, via de regra, o conhecimento das demais propriedades não costuma ser cobrado e, além disso, é comum que as **questões mais complexas** de **álgebra de proposições** possam ser resolvidas por **tabela-verdade**.



As **três primeiras propriedades** que serão apresentadas são as mais importantes para sua prova: **comutativa, associativa e distributiva**.

Questões mais complexas via de regra podem ser resolvidas por **tabela-verdade**. Nesses casos, a desenvoltura com **álgebra de proposições** seria apenas um "**bônus**" para que você resolva alguns problemas mais rapidamente.



Propriedade comutativa

Todos os conectivos, **exceto o condicional (se...então; $\rightarrow$)**, gozam da propriedade comutativa. Isso quer dizer que é possível trocar a ordem dos componentes em uma proposição composta sem afetar o resultado da tabela-verdade:

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

$$p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$$

A seguir temos um exemplo da utilidade da propriedade comutativa em questões de concursos públicos.



EXEMPLIFICANDO

Suponha que uma questão peça para você a negação da seguinte condicional:

$$p \rightarrow q: \text{"Se [eu correr], então [chego a tempo]."}'$$

Sabemos que **essa condicional não goza da propriedade comutativa**. A negação dessa condicional, pedida pela questão, pode ser encontrada pela seguinte equivalência:

$$\sim (p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q: \text{"Corro e não chego a tempo."}$$

Suponha agora que, dentre as alternativas da questão, você não encontre a proposição composta "Corro e não chego a tempo", porém encontre "Não chego a tempo e corro". Pode marcar essa alternativa sem medo! Isso porque, usando a **propriedade comutativa**, a conjunção obtida $p \wedge \sim q$ pode ser escrita como $\sim q \wedge p$:

$$\sim (p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q \equiv \sim q \wedge p: \text{"Não chego a tempo e corro."}$$





Todos os conectivos, **exceto o condicional**, comutam:

$$\begin{aligned}p \wedge q &\equiv q \wedge p \\ p \vee q &\equiv q \vee p \\ p \underline{\vee} q &\equiv q \underline{\vee} p \\ p \leftrightarrow q &\equiv q \leftrightarrow p\end{aligned}$$

**A condicional $p \rightarrow q$ não goza da propriedade comutativa.
 $p \rightarrow q$ e $q \rightarrow p$ não são equivalentes.**

A equivalência correta para a condicional é a contrapositiva:

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

Vejamos uma questão de negações lógicas em que é necessário utilizar a propriedade comutativa:



(EPC/2023) Considere a afirmação:

Animais são bípedes ou são quadrúpedes e árvores tem folhas verdes.

Uma afirmação que corresponda à negação lógica dessa afirmação é:

- a) Árvores não tem folhas verdes e animais são bípedes e são quadrúpedes.
- b) Animais não são bípedes ou não são quadrúpedes e árvores não têm folhas verdes.
- c) Animais não são bípedes ou não são quadrúpedes, ou árvores não têm folhas verdes.
- d) Árvores têm folhas verdes e animais não são bípedes ou são quadrúpedes.
- e) Árvores não têm folhas verdes ou animais não são bípedes e não são quadrúpedes.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

b: "Animais são bípedes."

q: "Animais são quadrúpedes."

a: "Árvores tem folhas verdes."



A afirmação do enunciado corresponde a:

$(b \vee q) \wedge a$: "[Animais são bípedes] ou ((animais) são quadrúpedes)] e [árvores tem folhas verdes]."

A negação dessa frase é a negação de uma **conjunção** (e ; $\wedge$) formada dois termos: o termo $(b \vee q)$ e o termo a . Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da conjunção (e ; $\wedge$);
- Troca-se a conjunção (e ; $\wedge$) pela disjunção inclusiva (ou ; $\vee$).

Aplicando a equivalência em questão para negar $(b \vee q) \wedge a$, ficamos com:

$$\sim[(b \vee q) \wedge a] \equiv \sim(b \vee q) \vee \sim a$$

Note que ficamos com uma disjunção inclusiva entre $\sim(b \vee q)$ e $\sim a$. Veja que a parcela $\sim(b \vee q)$ é a negação da disjunção inclusiva $(b \vee q)$, que também pode ser desenvolvida por De Morgan. Como $\sim(b \vee q)$ corresponde a $\sim b \wedge \sim q$, ficamos com:

$$\sim[(b \vee q) \wedge a] \equiv (\sim b \wedge \sim q) \vee \sim a$$

Logo, $(\sim b \wedge \sim q) \vee \sim a$ é uma forma de se representar a negação que estamos procurando:

$(\sim b \wedge \sim q) \vee \sim a$: "[Animais não são bípedes] e ((animais) não são quadrúpedes)] ou [árvores não tem folhas verdes]."

Veja que não encontramos exatamente uma resposta. Observe, porém, que fazendo uso da **propriedade comutativa** podemos trocar de posição as parcelas $(\sim b \wedge \sim q)$ e $\sim a$ que compõem a disjunção inclusiva:

$$(\sim b \wedge \sim q) \vee \sim a \equiv \sim a \vee (\sim b \wedge \sim q)$$

Logo, a negação procurada pode ser descrita por:

$\sim a \vee (\sim b \wedge \sim q)$: "[Árvores não tem folhas verdes] ou [(Animais não são bípedes) e ((animais) não são quadrúpedes)]."

Veja que, com o uso da propriedade comutativa, chegamos na **alternativa E**, que é o **gabarito** da questão.

Gabarito: Letra E.



Propriedade associativa

Na **álgebra elementar**, quando realizamos uma multiplicação, é comum ouvirmos a frase "a ordem dos fatores não altera o produto". Essa frase resume a propriedade associativa para a multiplicação.

Vamos supor que queremos realizar a multiplicação $3 \times 5 \times 7$. Ela pode ser feita de duas formas:

- Multiplicamos 3×5 e depois multiplicamos esse resultado por 7 , obtendo $(3 \times 5) \times 7$; ou
- Multiplicamos 3 pelo resultado da multiplicação de 5×7 , obtendo $3 \times (5 \times 7)$.

Ou seja, na álgebra elementar, a propriedade associativa nos diz que em uma multiplicação de diversos termos, podemos realizar as operações de multiplicação na ordem que bem entendermos que o resultado será o mesmo:

$$(3 \times 5) \times 7 = 3 \times (5 \times 7)$$

O mesmo vale para a adição de termos:

$$(3 + 5) + 7 = 3 + (5 + 7)$$

Na **álgebra de proposições** temos algo muito semelhante. Dizemos que a **conjunção (e; $\wedge$)** e a **disjunção inclusiva (ou; $\vee$)** gozam da propriedade associativa, sendo válidas as equivalências:

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$



Observe que a propriedade **associativa não mistura em uma mesma expressão** o conectivo "**e**" e o conectivo "**ou**"

Vamos a um exemplo que mostra uma utilidade para a propriedade associativa.

(Inédita) Julgue o item a seguir.

A proposição $p \vee (q \vee \sim p)$ é uma tautologia.

Comentários:

Nesse tipo de problema, **é interessante tentarmos chegar em uma proposição do tipo $(p \vee \sim p)$** . Isso porque, de acordo com a aula anterior, sabemos que **essa proposição é uma tautologia**. Originalmente, temos:

$$p \vee (q \vee \sim p)$$



Utilizando a **propriedade comutativa** em $(q \vee \sim p)$, temos:

$$p \vee (\sim p \vee q)$$

Utilizando a **propriedade associativa** na expressão anterior, temos:

$$(p \vee \sim p) \vee q$$

De acordo com a aula anterior, sabemos que $(p \vee \sim p)$ é uma tautologia clássica. Representando a tautologia pela letra **t**, ficamos com:

$$t \vee q$$

Observe que a $t \vee q$ é a **disjunção inclusiva** entre **um termo que é sempre verdade** com a proposição **q**. Sabemos que, para a disjunção inclusiva ser falsa, ambos os termos precisam ser falsos. Logo, **como um dos termos é sempre verdadeiro**, essa disjunção inclusiva é **sempre verdadeira**. Consequentemente, a expressão original é uma **tautologia**. Podemos escrever:

$$p \vee (q \vee \sim p) \equiv t$$

Gabarito: CERTO.

Outra forma de se entender a propriedade associativa é perceber que, **quando temos uma sequência só de conjunções (e; $\wedge$) ou só de disjunções inclusivas (ou; $\vee$), podemos remover os parênteses/colchetes**.

(TRT 1/2008) Proposições compostas são denominadas equivalentes quando possuem os mesmos valores lógicos V ou F, para todas as possíveis valorações V ou F atribuídas às proposições simples que as compõem. Assinale a opção correspondente à proposição equivalente a " $\sim[(A \wedge (\sim B)) \rightarrow C]$ ".

- a) $A \wedge (\sim B) \wedge (\sim C)$
- b) $(\sim A) \vee (\sim B) \vee C$
- c) $C \rightarrow [A \wedge (\sim B)]$
- d) $(\sim A) \vee B \vee C$
- e) $[(\sim A) \wedge B] \rightarrow (\sim C)$

Comentários:

A proposição original, dada por $\sim[(A \wedge (\sim B)) \rightarrow C]$, corresponde à negação de um condicional cujo o antecedente é $[A \wedge (\sim B)]$ e cujo o consequente é **C**.

Para negar uma condicional, utilizamos a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Aplicando ao caso em questão, devemos manter $[A \wedge (\sim B)]$, trocar a condicional pela conjunção e negar **C**:

$$\sim[(A \wedge (\sim B)) \rightarrow C] \equiv [A \wedge (\sim B)] \wedge (\sim C)$$

Observe que, pela **propriedade associativa**, a **ordem em que é executada a conjunção não importa**. Nesse caso, **podemos remover os colchetes da proposição obtida**. Consequentemente, podemos escrever:

$$\sim[(A \wedge (\sim B)) \rightarrow C] \equiv A \wedge (\sim B) \wedge (\sim C)$$

Gabarito: Letra A.



Propriedade distributiva

Na **álgebra elementar**, a propriedade distributiva da multiplicação com relação à adição consiste em realizar a seguinte operação:

$$3 \times (5 + 7) = 3 \times 5 + 3 \times 7$$

Da mesma forma, podemos partir do lado direito da equação acima chegar ao lado esquerdo "colocando o número 3 em evidência":

$$3 \times 5 + 3 \times 7 = 3 \times (5 + 7)$$

Na **álgebra de proposições** temos as seguintes **propriedades distributivas**:

- Da **conjunção** ($\wedge$) com relação à **disjunção inclusiva** ($\vee$); e
- Da **disjunção inclusiva** ($\vee$) com relação à **conjunção** ($\wedge$);

Propriedade distributiva da conjunção com relação à disjunção inclusiva

A propriedade distributiva do conectivo "e" em relação ao "ou" é dada pela equivalência abaixo. Perceba que nela " **$p \wedge$** " é distribuído.

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

É importante também reconhecer a propriedade "de trás para frente". Isso significa que podemos colocar o termo " **$p \wedge$** " em evidência.

$$(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \equiv p \wedge (q \vee r)$$

Propriedade distributiva da disjunção inclusiva com relação à conjunção

A propriedade distributiva do conectivo "ou" em relação ao "e" é dada pela equivalência abaixo. Perceba que nela " **$p \vee$** " é distribuído.

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

É importante também reconhecer a propriedade "de trás para frente". Isso significa que podemos colocar o termo " **$p \vee$** " em evidência.

$$(p \vee q) \wedge (p \vee r) \equiv p \vee (q \wedge r)$$



(ISS Fortaleza/2023) P: "Se a pessoa trabalha com o que gosta e está de férias, então é feliz ou está de férias."

Considerando a proposição **P** precedente, julgue o item seguinte.

A proposição **P** pode ser obtida pela aplicação da propriedade distributiva da conjunção sobre a condicional, utilizando-se as proposições "A pessoa está de férias." e "Se a pessoa trabalha com o que gosta, é feliz."

Comentários:

Em lógica de proposições, temos as seguintes propriedades distributivas:

Propriedade distributiva da conjunção com relação à disjunção inclusiva

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

Propriedade distributiva da disjunção inclusiva com relação à conjunção

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

Não há que se falar em "**propriedade distributiva da conjunção sobre a condicional**".

Gabarito: ERRADO.

(SEFAZ SC/2010) Na questão, considere a notação $\neg X$ para a negação da proposição **X**.

Considere as proposições **a** e **b** e assinale a expressão que é logicamente equivalente a $(a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b)$

- a) $\neg a \wedge \neg b$
- b) $\neg a \vee \neg b$
- c) $\neg a \vee b$
- d) $a \vee \neg b$
- e) **a**

Comentários:

Por meio da **propriedade distributiva**, podemos colocar "**a**" em evidência:

$$(a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b) \equiv a \wedge (b \vee \neg b)$$

A expressão $(b \vee \neg b)$ é uma tautologia. Logo, $a \wedge (b \vee \neg b)$ corresponde a:

$$a \wedge t$$

Temos uma conjunção formada pelo termo **a** e um termo que é sempre verdadeiro. Perceba que o valor da conjunção é determinado exclusivamente pela proposição **a**: se **a** for verdadeiro, $a \wedge t$ será verdadeiro. Por outro lado, se **a** for falso, $a \wedge t$ será falso.



Logo, a expressão em questão corresponde à proposição simples **a**. Podemos escrever:

$$(a \wedge b) \vee (a \wedge \sim b) \equiv a$$

Gabarito: Letra E.

(Pref. Alumínio/2016) Considere a afirmação: Sueli é professora e, pratica ginástica ou pratica corrida. Uma afirmação equivalente é

- A) Sueli é professora e pratica ginástica e pratica corrida.
- B) Se Sueli é professora, então ela não pratica ginástica e não pratica corrida.
- C) Sueli é professora e pratica ginástica, ou é professora e pratica corrida.
- D) Se Sueli não pratica ginástica ou não pratica corrida, então ela é professora.
- E) Sueli pratica ginástica e pratica corrida, ou é professora.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

s: "Sueli é professora."

g: "Sueli pratica ginástica."

k: "Sueli pratica corrida."

Na afirmação do enunciado, a vírgula após o "e" indica parênteses na proposição composta:

"[Sueli é professora] e, [(pratica ginástica) ou (pratica corrida)]."

Logo, temos a seguinte representação:

$$s \wedge (g \vee k)$$

Por meio da **propriedade distributiva**, podemos distribuir "**s**":

$$s \wedge (g \vee k) \equiv (s \wedge g) \vee (s \wedge k)$$

Temos, portanto, a seguinte equivalência:

(s **g)** **v** **(s** **k)**: "([Sueli é professora] e [pratica ginástica]), ou ([Sueli é professora] e [pratica corrida])"

Essa equivalência corresponde à **alternativa C**.

Gabarito: Letra C.



Cumpra destacar que quando temos um **condicional** e queremos utilizar a **álgebra de proposições** para resolver alguma questão, é necessário **transformar a condicional em disjunção inclusiva** por meio da seguinte equivalência já conhecida:

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

Lembre-se, também, que temos como **transformar a negação da condicional em uma conjunção**:

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

A seguir, apresentaremos duas questões que podem ser resolvidas mais rapidamente utilizando as propriedades que vimos até agora.



(MPE RO/2023) Assinale a opção em que é apresentada a proposição lógica equivalente à proposição lógica $(P \rightarrow Q) \wedge (R \vee Q)$.

- a) $Q \vee (\sim P \wedge R)$
- b) $(P \wedge R) \vee (\sim Q \vee \sim P)$
- c) $P \rightarrow (R \wedge Q)$
- d) $\sim P \rightarrow (\sim Q \wedge R)$
- e) $(P \rightarrow R) \vee (\sim Q \rightarrow \sim P)$

Comentários:

Para resolver essa questão, faz-se necessário utilizar as propriedades que aprendemos até agora de modo a **desenvolver a proposição composta $(P \rightarrow Q) \wedge (R \vee Q)$ até se chegar em outra mais simples**.

Veja que, caso não resolvêssemos essa questão por **álgebra de proposições**, seria necessário construir a tabela-verdade de $(P \rightarrow Q) \wedge (R \vee Q)$ e comparar essa tabela-verdade com as tabelas das outras cinco alternativas.

Feitas essas observações, vamos ao problema.

Note que **temos uma condicional** na proposição composta original: $(P \rightarrow Q)$. Para desenvolver a expressão por álgebra de proposições, devemos transformá-la em disjunção inclusiva: $\sim P \vee Q$. Logo, a proposição original pode ser descrita por:

$$(\sim P \vee Q) \wedge (R \vee Q)$$

Observando o que acabamos de obter, note que, **após algumas operações**, poderemos colocar "**QV**" em evidência, por meio da **propriedade distributiva**. Antes disso, note que:

- Aplicando a **propriedade comutativa** em $(\sim P \vee Q)$, ficamos com $(Q \vee \sim P)$; e
- Aplicando a **propriedade comutativa** em $(R \vee Q)$, ficamos com $(Q \vee R)$.



Logo, a proposição $(\sim PVQ) \wedge (RVQ)$ pode ser descrita por:

$$(QV \sim P) \wedge (QVR)$$

Por meio da **propriedade distributiva**, podemos colocar "**QV**" em evidência:

$$QV(\sim P \wedge R)$$

Note, portanto, que a proposição original corresponde à proposição apresentada na **alternativa A**.

Gabarito: Letra A.

(TCE-RO/2013) Com referência às proposições lógicas simples **P**, **Q** e **R**, julgue o próximo item.

Se $\sim R$ representa a negação de **R**, então as proposições $PV[\sim(Q \rightarrow R)]$ e $(PVQ) \wedge [PV(\sim R)]$ são equivalentes.

Comentários:

Note que **poderíamos resolver essa questão comparando as tabelas-verdade** das duas proposições. Nesse momento, vamos resolver o problema com **álgebra de proposições**.

A nossa estratégia será desenvolver $PV[\sim(Q \rightarrow R)]$ para tentar chegar em $(PVQ) \wedge [PV(\sim R)]$.

Veja que, para a negação da condicional $(Q \rightarrow R)$, podemos utilizar a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Logo, $PV[\sim(Q \rightarrow R)]$ corresponde a:

$$PV[Q \wedge \sim R]$$

Aplicando a **propriedade distributiva** em "**PV**", ficamos com:

$$[PVQ] \wedge [PV \sim R]$$

Note, portanto, que a partir de $PV[\sim(Q \rightarrow R)]$ chegamos em $[PVQ] \wedge [PV \sim R]$. Logo, as proposições são equivalentes.

Gabarito: CERTO.



Propriedade da identidade, da absorção e da idempotência



Trate as propriedades da **identidade**, da **absorção** e da **idempotência** como um "bônus" que pode te ajudar em algumas questões mais difíceis. Não se apegue muito a essas propriedades, pois elas não costumam aparecer em prova.

Propriedade da identidade

Propriedade da identidade para a conjunção

Seja **t** uma **tautologia** e **c** uma **contradição**, temos as seguintes equivalências:

$$p \wedge t \equiv p$$

$$p \wedge c \equiv c$$

Note que $p \wedge t$ é equivalente a **p** porque se trata de uma conjunção em que um termo é sempre verdadeiro. Isso significa que o valor de $p \wedge t$ depende somente do valor de **p**:

- Se **p** for verdadeiro, teremos **V** $\wedge$ **V**, que é uma conjunção verdadeira; e
- Se **p** for falso, teremos **F** $\wedge$ **V**, que é uma conjunção falsa.

p	t	$p \wedge t$
V	V	V
F	V	F

Além disso, $p \wedge c$ é equivalente a **c** porque se trata de uma conjunção em que temos um termo sempre falso.

p	c	$p \wedge c$
V	F	F
F	F	F



Propriedade da identidade para a disjunção inclusiva

Sendo **t** uma **tautologia** e **c** uma **contradição**, temos as seguintes equivalências:

$$p \vee t \equiv t$$

$$p \vee c \equiv p$$

Note que **pVt** é uma tautologia **t** porque se trata de uma disjunção inclusiva em que temos um termo sempre verdadeiro:

p	t	pVt
V	V	V
F	V	V

Além disso, **pVc** é equivalente a **p** porque se trata de uma disjunção inclusiva em que um termo é sempre falso. Isso significa que o valor de **pVc** depende somente do valor de **p**:

- Se **p** for verdadeiro, teremos **VVF**, que é uma disjunção inclusiva verdadeira; e
- Se **p** for falso, teremos **FVF**, que é uma disjunção inclusiva falsa.

p	c	pVc
V	F	V
F	F	F



(ANPAD/2014) A proposição composta **pΛ(qV(¬p))** é logicamente equivalente à proposição

- a) **q**
- b) **pΛq**
- c) **pVq**
- d) **pΛ(¬q)**
- e) **pV(¬q)**

Comentários:

Aplicado a **propriedade distributiva** em "**pΛ**", temos:

$$p \wedge (q \vee \sim p) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge \sim p)$$



Conforme visto na aula anterior, $(p \wedge \sim p)$ é uma contradição. Logo, ficamos com:

$$(p \wedge q) \vee c$$

Veja que temos uma disjunção inclusiva entre $(p \wedge q)$ e uma contradição c . Essa disjunção inclusiva é equivalente a $(p \wedge q)$, pois se trata de uma disjunção inclusiva em que um termo é sempre falso (**propriedade da identidade para a disjunção inclusiva**). Logo, ficamos com:

$$(p \wedge q)$$

Gabarito: Letra B.

Propriedade da absorção

A propriedade da absorção é representada por duas equivalências:

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

Essas equivalências são demonstráveis por tabela-verdade:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	F
F	F	F	F

p	q	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	F
F	F	F	F

(SEFAZ-MS/2006) Representando por $\sim r$ a negação de uma proposição r , a negação de $p \wedge (p \vee q)$ é equivalente a:

- a) $\sim p$.
- b) $\sim q$.
- c) $\sim (p \vee q)$.
- d) $\sim (p \wedge q)$.
- e) uma contradição.

Comentários:

Pela **propriedade da absorção**, sabemos que $p \wedge (p \vee q) \equiv p$. Logo, a negação pedida é $\sim p$.

Gabarito: Letra A.



Propriedade da idempotência

A propriedade da idempotência é representada por duas equivalências:

$$p \wedge p \equiv p$$

$$p \vee p \equiv p$$

Note que o valor lógico da conjunção $p \wedge p$ depende exclusivamente da proposição p , pois:

- Se p for verdadeiro, $p \wedge p$ será verdadeiro, pois será uma conjunção entre dois termos verdadeiros; e
- Se p for falso, $p \wedge p$ será falso, pois será uma conjunção entre dois termos falsos

Além disso, o valor lógico da disjunção inclusiva $p \vee p$ também depende exclusivamente da proposição p , pois:

- Se p for verdadeiro, $p \vee p$ será verdadeiro, pois será uma disjunção inclusiva entre dois termos verdadeiros; e
- Se p for falso, $p \vee p$ será falso, pois será uma disjunção inclusiva entre dois termos falsos.

Para que não reste dúvidas, as equivalências são demonstráveis por tabela-verdade:

p	p	$p \wedge p$
V	V	V
F	F	F

p	p	$p \vee p$
V	V	V
F	F	F

(DPEN/2013) Considerando que, P , Q e R são proposições conhecidas, julgue o próximo item.

A proposição $\neg[(P \rightarrow Q) \vee Q]$ é equivalente à proposição $P \wedge (\neg Q)$, em que $\neg P$ é a negação de P .

Comentários:

Primeiramente, vale perceber que essa questão pode ser resolvida por **tabela-verdade**. Isso porque, para duas proposições serem equivalentes, basta que elas apresentem a mesma tabela-verdade.

Dito isso, vamos resolver a questão por **álgebra de proposições**. A nossa estratégia será partir de $\neg[(P \rightarrow Q) \vee Q]$ para chegar em $P \wedge (\neg Q)$.

Veja que $\neg[(P \rightarrow Q) \vee Q]$ é a negação da disjunção inclusiva entre $(P \rightarrow Q)$ e Q . Vamos desenvolver essa negação por De Morgan, negando ambas as parcelas e trocando "ou" por "e". Ficamos com:

$$\neg(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q$$

Para negar uma condicional, utilizamos a seguinte equivalência: $\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$. Ficamos com:

$$[P \wedge \neg Q] \wedge \neg Q$$



Pela **propriedade associativa**, podemos escrever:

$$P \wedge [\sim Q \wedge \sim Q]$$

Observe que, pela **propriedade idempotente**, $[\sim Q \wedge \sim Q]$ apresenta sempre o valor lógico de $\sim Q$. Isso porque quando $\sim Q$ é V, $[\sim Q \wedge \sim Q]$ é V, e quando $\sim Q$ é F, $[\sim Q \wedge \sim Q]$ é F. Logo, nossa conjunção fica assim:

$$P \wedge (\sim Q)$$

Gabarito: CERTO.



Álgebra de proposições x tautologia, contradição e contingência

Você se lembra que um dos métodos para descobrirmos se uma proposição composta é uma **tautologia**, uma **contradição** ou uma **contingência** é utilizar **equivalências lógicas** ou **álgebra de proposições**?

Esse método costuma ser o mais rápido, porém requer o domínio das equivalências lógicas e das propriedades da álgebra de proposições.

A ideia consiste basicamente em desenvolver a proposição composta original até se chegar:

- Em uma **tautologia** **t**; ou
- Em uma **contradição** **c**; ou
- Em uma **contingência**, que pode ser uma proposição simples **p**, uma conjunção **p ∧ q**, etc.



(STJ/2018) A proposição $\neg P \rightarrow (P \rightarrow Q)$, em que $\neg P$ denota a negação da proposição **P**, é uma tautologia, isto é, todos os elementos de sua tabela-verdade são V (verdadeiro).

Comentários:

Note que originalmente temos a condicional $\neg P \rightarrow (P \rightarrow Q)$, cujo antecedente é $\neg P$ e cujo consequente é outra condicional, dada por $(P \rightarrow Q)$.

Utilizando a equivalência $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$, ficamos com:

$$\neg(\neg P) \vee (P \rightarrow Q)$$

A dupla negação de **P** corresponde à proposição simples **P**. Ficamos com:

$$P \vee (P \rightarrow Q)$$

Utilizando novamente a equivalência $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ para a condicional $(P \rightarrow Q)$, ficamos com:

$$P \vee (\neg P \vee Q)$$

Utilizando a **propriedade associativa**, temos:

$$(P \vee \neg P) \vee Q$$

$P \vee \neg P$ é uma tautologia. Ficamos com:

$$t \vee Q$$



Veja que temos uma disjunção inclusiva entre uma tautologia **t** e uma proposição simples **Q**. **Essa disjunção inclusiva é sempre verdadeira**, pois um dos termos dela (tautologia **t**) sempre será verdadeiro (**propriedade da identidade para a disjunção inclusiva**). Logo, a proposição original corresponde a uma tautologia:

t

Gabarito: CERTO.

(CBM AL/2017) A respeito de proposições lógicas, julgue o item a seguir.

Se **P** e **Q** forem proposições simples, então a proposição composta **$Q \vee (Q \rightarrow P)$** é uma tautologia.

Comentários:

Temos a seguinte proposição composta:

$$Q \vee (Q \rightarrow P)$$

Utilizando a equivalência $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ para a condicional **$(Q \rightarrow P)$** , ficamos com:

$$Q \vee (\sim Q \vee P)$$

Utilizando a **propriedade associativa**, temos:

$$(Q \vee \sim Q) \vee P$$

$Q \vee \sim Q$ é uma tautologia. Ficamos com:

$$t \vee P$$

Veja que temos uma disjunção inclusiva entre uma tautologia **t** e uma proposição simples **P**. **Essa disjunção inclusiva é sempre verdadeira**, pois um dos termos dela (tautologia **t**) sempre será verdadeiro (**propriedade da identidade para a disjunção inclusiva**). Logo, a proposição original corresponde a uma tautologia:

t

Gabarito: CERTO.

Bicondicional em problemas de tautologia, contradição e contingência

Um problema muito explorado pelas bancas de concurso público consiste em perguntar se uma determinada **bicondicional** é uma **tautologia** ou uma **contradição**.

Quanto ao conectivo bicondicional, sabemos que:

- A **bicondicional** é **verdadeira** quando ambas as parcelas tiverem o mesmo valor lógico; e
- A **bicondicional** é **falsa** quando ambas as parcelas tiverem valores lógicos contrários.



Considere a seguinte bicondicional cujas parcelas são duas proposições compostas X e Y:

$$X \leftrightarrow Y$$

Note que:

- Se X e Y forem proposições equivalentes, ambas as parcelas terão sempre o mesmo valor lógico. Nesse caso, a bicondicional será sempre verdadeira, ou seja, **a bicondicional será uma tautologia**.
- Se X e Y forem proposições em que uma é a negação da outra, ambas as parcelas terão sempre valores lógicos contrários. Nesse caso, a bicondicional será sempre falsa, ou seja, **a bicondicional será uma contradição**.



(POLC AL/2023) Considere os conectivos lógicos usuais e assuma que as letras maiúsculas representam proposições lógicas simples. Com base nessas informações, julgue o item seguinte relativo à lógica proposicional.

A proposição lógica $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow ((\sim P) \vee Q)$ é uma tautologia.

Comentários:

Originalmente, temos a seguinte bicondicional:

$$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow ((\sim P) \vee Q)$$

Utilizando a equivalência $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ para a condicional $(P \rightarrow Q)$, obtemos $((\sim P) \vee Q)$. Logo, a bicondicional original pode ser descrita por:

$$((\sim P) \vee Q) \leftrightarrow ((\sim P) \vee Q)$$

Veja que a bicondicional original corresponde a uma bicondicional em que as duas parcelas são iguais. Logo, ambas as parcelas da bicondicional sempre vão apresentar o mesmo valor lógico. Consequentemente, a bicondicional sempre será verdadeira. Trata-se, portanto, de uma **tautologia**.

Gabarito: CERTO

(Pref Acrelândia/2022) A proposição $(P \wedge Q) \leftrightarrow (\sim P \vee \sim Q)$ representa uma afirmativa que podemos chamar de:

- a) contingência.
- b) tautologia.
- c) implicação lógica.
- d) contradição.
- e) paradoxo.



Comentários:

Originalmente, temos a seguinte bicondicional:

$$(P \wedge Q) \leftrightarrow (\sim P \vee \sim Q)$$

Note que o segundo termo da bicondicional, $(\sim P \vee \sim Q)$, é a negação do primeiro termo $(P \wedge Q)$. Isso porque, por De Morgan, temos:

$$(P \wedge Q) \equiv (\sim P \vee \sim Q)$$

Logo, a bicondicional em questão pode ser escrita do seguinte modo:

$$(P \wedge Q) \leftrightarrow \sim(P \wedge Q)$$

Veja que a bicondicional original corresponde a uma bicondicional em que as duas parcelas são uma a negação da outra. Logo, ambas as parcelas da bicondicional **sempre** vão apresentar valores lógicos distintos. Consequentemente, a bicondicional **sempre** será falsa. Trata-se, portanto, de uma **contradição**.

Gabarito: Letra D.

(Pref Mal. Deodoro/2023) Assinale a alternativa que apresenta corretamente a classificação da respectiva fórmula proposicional.

- a) $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (B \rightarrow A)$ é uma contradição.
- b) $(A \vee \sim A) \rightarrow (B \wedge \sim B)$ é uma tautologia.
- c) $(A \wedge B) \rightarrow (A \vee B)$ é uma contingência.
- d) $(A \wedge B) \leftrightarrow (\sim A \vee \sim B)$ é uma contradição.
- e) $\sim(A \vee B) \rightarrow (\sim A \wedge \sim B)$ é uma contingência.

Comentários:

Vamos avaliar cada uma das alternativas e assinalar a correta.

a) $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (B \rightarrow A)$ é uma contradição. **ERRADO**.

Temos uma bicondicional com dois termos que **não são equivalentes** e que também **não são um a negação do outro**. Logo, podemos suspeitar que se trata de uma contingência.

Note que, se **A** e **B** forem verdadeiros, teremos uma bicondicional verdadeira:

$$(V \rightarrow V) \leftrightarrow (V \rightarrow V)$$

$$V \leftrightarrow V$$

$$V$$



Por outro lado, se **A** for verdadeiro **B** for falso, teremos uma bicondicional falsa:

$$(V \rightarrow F) \leftrightarrow (F \rightarrow V)$$

$$F \leftrightarrow V$$

$$F$$

Como a bicondicional em questão pode ser tanto verdadeira quanto falsa, temos uma contingência.

b) $(A \vee \sim A) \rightarrow (B \wedge \sim B)$ é uma tautologia. ERRADO.

Note que $(A \vee \sim A)$ é uma tautologia **t** e $(B \wedge \sim B)$ é uma contradição **c**. Logo, a condicional apresentada corresponde a:

$$t \rightarrow c$$

Trata-se de uma **condicional sempre falsa**, pois o antecedente é sempre verdadeiro e o consequente é sempre falso. Logo, temos uma contradição.

c) $(A \wedge B) \rightarrow (A \vee B)$ é uma contingência. ERRADO.

Temos a condicional $(A \wedge B) \rightarrow (A \vee B)$ cujo antecedente é $(A \wedge B)$ e cujo consequente é $(A \vee B)$. Utilizando a equivalência $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$, ficamos com:

$$\sim(A \wedge B) \vee (A \vee B)$$

$\sim(A \wedge B)$ é a negação da conjunção $A \wedge B$. Por De Morgan, temos que essa negação corresponde a $(\sim A \vee \sim B)$. Ficamos com:

$$(\sim A \vee \sim B) \vee (A \vee B)$$

Como temos apenas disjunções inclusivas, pela **propriedade associativa**, podemos nos livrar dos parênteses:

$$\sim A \vee \sim B \vee A \vee B$$

Pela **propriedade comutativa**, temos:

$$\sim A \vee A \vee \sim B \vee B$$

Novamente, pela **propriedade associativa**, temos:

$$(\sim A \vee A) \vee (\sim B \vee B)$$

Note que $(\sim A \vee A)$ é uma tautologia **t**, assim como $(\sim B \vee B)$ também é uma tautologia **t**. Ficamos com:

$$t \vee t$$



Note que chegamos em uma disjunção inclusiva em que ambos os termos são sempre verdadeiros. Logo, a proposição em questão é uma **tautologia**:

t

d) $(A \wedge B) \leftrightarrow (\sim A \vee \sim B)$ é uma contradição. **CERTO**. Esse é o **gabarito**.

Note que o segundo termo da bicondicional, $(\sim A \vee \sim B)$, é a negação do primeiro termo $(A \wedge B)$. Isso porque, por De Morgan, temos:

$$\sim(A \wedge B) \equiv \sim A \vee \sim B$$

Logo, a bicondicional em questão pode ser escrita do seguinte modo:

$$(A \wedge B) \leftrightarrow \sim(A \wedge B)$$

Veja que a bicondicional original corresponde a uma bicondicional em que as duas parcelas são uma negação da outra. Logo, ambas as parcelas da bicondicional **sempre** vão apresentar valores lógicos distintos. Consequentemente, a bicondicional **sempre** será falsa. Trata-se, portanto, de uma **contradição**.

e) $\sim(A \vee B) \rightarrow (\sim A \wedge \sim B)$ é uma contingência. **ERRADO**.

Note que o segundo termo da condicional é equivalente ao primeiro termo, pois, por De Morgan, temos que $\sim(A \vee B) \equiv (\sim A \wedge \sim B)$. Logo, temos uma condicional no seguinte formato:

$$\sim(A \vee B) \rightarrow \sim(A \vee B)$$

Trata-se de uma condicional em que os dois termos são iguais. Note que:

- Se $\sim(A \vee B)$ for verdadeiro, teremos uma **condicional** da forma $V \rightarrow V$, que é **verdadeira**; e
- Se $\sim(A \vee B)$ for falso, teremos uma **condicional** da forma $F \rightarrow F$, que é **verdadeira**.

Logo, temos uma condicional que sempre será verdadeira. Consequentemente, estamos diante de uma **tautologia**.

Gabarito: Letra D.



QUESTÕES COMENTADAS – VUNESP

Equivalências lógicas



As questões estão divididas em quatro tópicos, conforme a teoria da aula:

- Equivalências fundamentais
- Negações lógicas
- Questões com mais de uma equivalência
- Outras equivalências e negações



Equivalências fundamentais

1.(VUNESP/Pref Marília/2023) Uma afirmação logicamente equivalente à afirmação: 'Se você começa, então a repetição faz você continuar', está contida na afirmação

- a) Se você não começa, então a repetição não faz você continuar.
- b) Se a repetição não faz você continuar, então você não começa.
- c) Você começa e a repetição faz você continuar.
- d) Ou você começa ou a repetição faz você continuar.
- e) Se a repetição faz você continuar, então você começa.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Você começa."

r: "A repetição faz você continuar."

A proposição original pode ser descrita por $c \rightarrow r$:

$c \rightarrow r$: "Se [você começa], então [a repetição faz você continuar]."

A equivalência **contrapositiva** é representada do seguinte modo: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$c \rightarrow r \equiv \sim r \rightarrow \sim c$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$\sim r \rightarrow \sim c$: "Se [a repetição não faz você continuar], então [você não começa]."

Gabarito: Letra B.

2.(VUNESP/TCM SP/2023) Considere a seguinte afirmação: Hélio é casado ou Luana é solteira.

Uma equivalência lógica para a proposição apresentada está contida na alternativa:

- a) Se Hélio não é casado, então Luana é solteira.
- b) Hélio e Luana são solteiros.



- c) Se Hélio é solteiro, então Luana é casada.
- d) Hélio e Luana são casados.
- e) Se Hélio é casado, então Luana não é solteira.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

h: "Hélio é casado."

l: "Luana é solteira."

A afirmação do enunciado pode ser escrita por: **hVl**:

hVl: "[Hélio é casado] **ou** [Luana é solteira]."

Para transformar a disjunção inclusiva em uma condicional, podemos usar a equivalência **$pVq \equiv \sim p \rightarrow q$** . Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela condicional ($\rightarrow$); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$hVl \equiv \sim h \rightarrow l$$

A condicional obtida pode ser descrita por:

$\sim h \rightarrow l$: "**Se** [Hélio **não** é casado], **então** [Luana é solteira]."

Gabarito: Letra A.

3.(VUNESP/PC SP/2022) Considere a afirmação:

Se os instrumentos estão sobre a mesa, então a análise não sofre atraso.

Uma afirmação que seja logicamente equivalente a esta, é

- a) Os instrumentos não estão sobre a mesa ou a análise sofre atraso.
- b) Os instrumentos não estão sobre a mesa e a análise não sofre atraso.
- c) Os instrumentos estão sobre a mesa e a análise sofre atraso.
- d) Se a análise sofre atraso, então os instrumentos não estão sobre a mesa.
- e) Se a análise não sofre atraso, então os instrumentos estão sobre a mesa.

Comentários:



Sejam as proposições simples:

i: "Os instrumentos estão sobre a mesa."

a: "A análise sofre atraso."

A proposição original pode ser descrita por $i \rightarrow \sim a$:

$i \rightarrow \sim a$: "Se [os instrumentos estão sobre a mesa], então [a análise **não** sofre atraso]."

As alternativas apresentam tanto condicionais ($\rightarrow$) quanto uma disjunção inclusiva ("ou", $\vee$) como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ (contrapositiva)
- $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$i \rightarrow \sim a \equiv \sim(\sim a) \rightarrow \sim i$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$i \rightarrow \sim a \equiv a \rightarrow \sim i$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$a \rightarrow \sim i$: "Se [a análise sofre atraso], então [os instrumentos **não** estão sobre a mesa]."

O **gabarito**, portanto, é a **alternativa D**.

Para fins didáticos, vamos utilizar a segunda equivalência. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Nega-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional ($\rightarrow$) pela disjunção inclusiva ($\vee$); e
- Mantém-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$i \rightarrow \sim a \equiv \sim i \vee \sim a$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$\sim i \vee \sim a$: "[A análise **não** sofre atraso] ou [os instrumentos **não** estão sobre a mesa]."



Veja que essa equivalência não aparece nas alternativas.

Gabarito: Letra D.

4.(VUNESP/TJ SP/2022) Uma equivalente lógica para a proposição “Se eu me cuido, então sou saudável” está contida na alternativa:

- a) Eu não me cuido e não sou saudável.
- b) Se sou saudável, então eu me cuido.
- c) Eu não me cuido ou sou saudável.
- d) Sou saudável e eu não me cuido.
- e) Eu me cuido e sou saudável.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Eu me cuido."

s: "Sou saudável."

A proposição original pode ser descrita por $c \rightarrow s$:

$c \rightarrow s$: "**Se** [eu me cuido], **então** [sou saudável]."

As alternativas apresentam tanto uma condicional ($\rightarrow$) quanto uma disjunção inclusiva ("ou", $\vee$) como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ (contrapositiva)
- $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$c \rightarrow s \equiv \sim s \rightarrow \sim c$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$\sim s \rightarrow \sim c$: "**Se** [não sou saudável], **então** [não me cuido]."

Veja que não temos essa equivalência nas alternativas. Portanto, vamos utilizar a segunda equivalência.



Para aplicar a segunda equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional ($\rightarrow$) pela disjunção inclusiva ($\vee$); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$c \rightarrow s \equiv \sim c \vee s$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$\sim c \vee s$: "[Eu **não** me cuido] **ou** [sou saudável]."

Veja que essa equivalência está presente na **alternativa C**.

Gabarito: Letra C.

5.(VUNESP/TJ SP/2022) Uma equivalente lógica para a afirmação – Se o dia foi corrido, então trabalhei muito – está contida na alternativa:

- a) Se não trabalhei muito, então o dia não foi corrido.
- b) O dia não foi corrido e trabalhei muito.
- c) Se trabalhei muito, então o dia foi corrido.
- d) Se o dia não foi corrido, então não trabalhei muito.
- e) O dia foi corrido e não trabalhei muito.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "O dia foi corrido."

t: "Trabalhei muito."

A proposição original pode ser descrita por $c \rightarrow t$:

$c \rightarrow t$: "**Se** [o dia foi corrido], **então** [trabalhei muito]."

A equivalência **contrapositiva** é representada do seguinte modo: $c \rightarrow t \equiv \sim t \rightarrow \sim c$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:



$$c \rightarrow t \equiv \sim t \rightarrow \sim c$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$\sim t \rightarrow \sim c$: "Se [não trabalhei muito], então [o dia não foi corrido]."

Gabarito: Letra A.

6.(VUNESP/PB Saúde/2021) Dada a afirmação "Se a temperatura está abaixo de 5°C, então uso luvas", a sua contrapositiva é a afirmação:

- a) Se a temperatura não está abaixo de 5°C, então uso luvas.
- b) Se a temperatura não está abaixo de 5°C, então não uso luvas.
- c) Se uso luvas, então a temperatura está abaixo de 5°C.
- d) Se não uso luvas, então a temperatura não está abaixo de 5°C.
- e) Se uso luvas, então a temperatura não está abaixo de 5°C.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

t: "A temperatura está abaixo de 5°C."

l: "Uso luvas."

A proposição original pode ser descrita por $t \rightarrow l$:

$t \rightarrow l$: "Se [a temperatura está abaixo de 5°C], então [uso luvas]."

A equivalência **contrapositiva** é representada do seguinte modo: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$t \rightarrow l \equiv \sim l \rightarrow \sim t$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$\sim l \rightarrow \sim t$: "Se [não uso luvas], então [a temperatura não está abaixo de 5°C]."

Gabarito: Letra D.



7.(VUNESP/PB Saúde/2021) A afirmação que é logicamente equivalente à afirmação “Enfrento meus desafios ou fico em casa dormindo” é:

- a) Enfrento meus desafios e fico em casa dormindo.
- b) Se não enfrento meus desafios, então fico em casa dormindo.
- c) Não enfrento meus desafios e fico em casa dormindo.
- d) Enfrento meus desafios e não fico em casa dormindo.
- e) Se fico em casa dormindo, então não enfrento meus desafios.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "Enfrento meus desafios."

f: "Fico em casa dormindo."

A proposição composta original pode ser descrita por **eVf**:

eVf: "[Enfrento meus desafios] ou [fico em casa dormindo]."

Uma equivalência fundamental que envolve a disjunção inclusiva é a **transformação da disjunção inclusiva em condicional**, dada por **pVq** $\equiv$ **$\sim$ p $\rightarrow$ q**. Essa equivalência é aplicada do seguinte modo:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela condicional ($\rightarrow$);**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$eVf \equiv \sim e \rightarrow f$$

Logo, temos a seguinte equivalência:

$\sim e \rightarrow f$: "Se [não enfrento meus desafios], então [fico em casa dormindo]."

Gabarito: Letra B.

8. (VUNESP/CODEN/2021) Considere a afirmação: Se estudei muito para o concurso, então não pude lavar o tapete. Uma afirmação equivalente a esta é

- a) Se pude lavar o tapete, então não estudei muito para o concurso.
- b) Se não estudei muito para o concurso, então pude lavar o tapete.
- c) Ou estudei muito para o concurso ou não pude lavar o tapete.



- d) Estudei muito para o concurso e não pude lavar o tapete.
e) Pude lavar o tapete e não estudei muito para o concurso.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "Estudei muito para o concurso."

l: "Pude lavar o tapete."

A proposição original pode ser descrita por $e \rightarrow \sim l$:

$e \rightarrow \sim l$: "**Se** [estudei muito para o concurso], **então** [não pude lavar o tapete]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$e \rightarrow \sim l \equiv \sim(\sim l) \rightarrow \sim e$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$e \rightarrow \sim l \equiv l \rightarrow \sim e$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$l \rightarrow \sim e$: "**Se** [pude lavar o tapete], **então** [não estudei muito para o concurso]."

Gabarito: Letra A.

9.(VUNESP/EBSERH/2020) Considere a seguinte afirmação:

Se Marcos está prestando esse concurso, então ele é formado no Curso de Serviço Social.

Assinale a alternativa que contém uma afirmação equivalente para a afirmação apresentada.

- a) Marcos está prestando esse concurso se, e somente se, ele é formado no Curso de Serviço Social.
b) Se Marcos é formado no Curso de Serviço Social, então ele está prestando esse concurso.
c) Marcos está prestando esse concurso e ele é formado no Curso de Serviço Social.
d) Se Marcos não é formado no Curso de Serviço Social, então ele não está prestando esse concurso.
e) Marcos não é formado no Curso de Serviço Social e ele está prestando esse concurso.



Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Marcos está prestando esse concurso."

f: "Marcos é formado no Curso de Serviço Social."

A proposição original pode ser descrita por $p \rightarrow f$:

$p \rightarrow f$: "**Se** [Marcos está prestando esse concurso], **então** [ele é formado no Curso de Serviço Social]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$.
Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$p \rightarrow f \equiv \sim f \rightarrow \sim p$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$\sim f \rightarrow \sim p$: "**Se** [Marcos **não** é formado no Curso de Serviço Social], **então** [ele **não** está prestando esse concurso]."

Gabarito: Letra D.

10.(VUNESP/Pref. F Vasconcelos/2020) Considere a afirmação:

Se Fulano é guarda civil, então Beltrano é policial militar.

Uma afirmação logicamente equivalente à afirmação acima é:

- a) Se Fulano é policial militar, então Beltrano é guarda civil.
- b) Se Fulano não é guarda civil, então Beltrano não é policial militar.
- c) Se Beltrano não é policial militar, então Fulano não é guarda civil.
- d) Se Beltrano é policial militar, então Fulano é guarda civil.
- e) Se Fulano não é policial militar, então Beltrano não é guarda civil.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

f: "Fulano é guarda civil."

b: "Beltrano é policial militar."



A proposição original pode ser descrita por $f \rightarrow b$:

$f \rightarrow b$: "Se [Fulano é guarda civil], então [Beltrano é policial militar]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$f \rightarrow b \equiv \sim b \rightarrow \sim f$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$\sim b \rightarrow \sim f$: "Se [Beltrano não é policial militar], então [Fulano não é guarda civil]."

Gabarito: Letra C.

11. (VUNESP/EBSERH/2020) Se as providências foram tomadas, então não houve problema. Uma afirmação que é logicamente equivalente a essa é:

- a) As providências foram tomadas e não houve problema.
- b) Se houve problema, então as providências não foram tomadas.
- c) Houve problema ou as providências não foram tomadas.
- d) Se as providências não foram tomadas, então houve problema.
- e) As providências não foram tomadas e houve problema.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

t: "As providências foram tomadas."

h: "Houve problema."

A proposição original pode ser descrita por $t \rightarrow \sim h$:

$t \rightarrow \sim h$: "Se [as providências foram tomadas], então [não houve problema]."

As alternativas apresentam tanto condicionais ($\rightarrow$) quanto uma disjunção inclusiva ("ou", $\vee$) como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ (contrapositiva)



- $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$t \rightarrow \sim h \equiv \sim(\sim h) \rightarrow \sim t$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$t \rightarrow \sim h \equiv h \rightarrow \sim t$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$$h \rightarrow \sim t: \text{"Se [houve problema], então [as providências não foram tomadas]."}"$$

O **gabarito**, portanto, é a **alternativa B**.

Para fins didáticos, vamos utilizar a segunda equivalência. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Nega-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional ($\rightarrow$) pela disjunção inclusiva ($\vee$); e
- Mantém-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$t \rightarrow \sim h \equiv \sim t \vee \sim h$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$$\sim t \vee \sim h: \text{"[As providências não foram tomadas] ou [não houve problema]."}"$$

Veja que essa equivalência não aparece nas alternativas.

Gabarito: Letra B.

12.(VUNESP/EBSERH/2020) Sabe-se que todos os irmãos de Márcia são técnicos em análises clínicas. Logo, é correto afirmar que

- a) Se Armando não é irmão de Márcia, então ele não é técnico em análises clínicas.
- b) Márcia e seus irmãos são técnicos em análises clínicas.
- c) Se Josué não é técnico em análises clínicas, então ele não é irmão de Márcia.
- d) Márcia não é técnica em análises clínicas.



e) Se Caio é técnico em análises clínicas, então ele é irmão de Márcia.

Comentários:

Vamos definir as proposições simples:

i: "Alguém é irmão de Márcia."

t: "Alguém é técnico em análises clínicas."

A proposição "**todos** os irmãos de Márcia são técnicos em análises clínicas" pode ser entendida como:

$i \rightarrow t$: "**Se** [alguém é irmão de Márcia], **então** [esse alguém é técnico em análises clínicas]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$i \rightarrow t \equiv \sim t \rightarrow \sim i$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$\sim t \rightarrow \sim i$: "**Se** [alguém **não** é técnico em análises clínicas], **então** [esse alguém **não** é irmão de Márcia]."

Note que a proposição acima é aplicável para qualquer pessoa. Se aplicarmos ela para **Josué**, chegaremos na alternativa C.

"**Se** [**Josué** **não** é técnico em análises clínicas], **então** [**ele** **não** é irmão de Márcia]."

Gabarito: Letra C.

13.(VUNESP/CM Piracicaba/2019) A seguinte afirmação:

Se estou fazendo essa prova, então sou programador.

é equivalente a

- a) sou programador e estou fazendo essa prova.
- b) não sou programador e não estou fazendo essa prova.
- c) se sou programador, então estou fazendo essa prova.
- d) se não sou programador, então não estou fazendo essa prova.
- e) estou fazendo essa prova se, e somente se, sou programador.



Comentários:

Sejam as proposições simples:

f: "Estou fazendo essa prova."

s: "Sou programador."

A proposição original pode ser descrita por $f \rightarrow s$:

$f \rightarrow s$: "**Se** [estou fazendo essa prova], **então** [sou programador]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$.
Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$f \rightarrow s \equiv \sim s \rightarrow \sim f$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

$\sim s \rightarrow \sim f$: "**Se** [não sou programador], **então** [não estou fazendo a prova]."

Gabarito: Letra D.

14.(VUNESP/ISS-GRU/2019) A alternativa que corresponde à equivalente lógica da proposição composta: "se as frutas estão maduras, então é tempo de colheita", é:

- a) as frutas não estão maduras ou é tempo de colheita.
- b) se não é tempo de colheita, então as frutas estão maduras.
- c) as frutas estão maduras, e é tempo de colheita.
- d) não é tempo de colheita, e as frutas não estão maduras.
- e) se é tempo de colheita, então as frutas estão maduras.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

f: "As frutas estão maduras."

t: "É tempo de colheita."

A proposição composta original pode ser descrita por $f \rightarrow t$:



$f \rightarrow t$: "[Se as frutas estão maduras], **então** [é tempo de colheita]."

As alternativas apresentam tanto condicionais ($\rightarrow$) quanto uma disjunção inclusiva ("ou", $\vee$) como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ (contrapositiva)
- $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Ficamos com:

$\sim t \rightarrow \sim f$: "**Se** [não é tempo de colheita], **então** [as frutas **não** estão maduras]."

Note que **não temos resposta para esse caso.**

Para aplicar a segunda equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional ($\rightarrow$) pela disjunção inclusiva ($\vee$); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Ficamos com:

$\sim f \vee t$: "[As frutas **não** estão maduras] **ou** [é tempo de colheita]."

Note que a letra A apresenta essa segunda equivalência.

Gabarito: Letra A.

15. (VUNESP/Pref. Olímpia/2019) Uma afirmação equivalente à afirmação "As calçadas estão sujas ou os varredores fizeram o serviço" é:

- As calçadas estão limpas, e os varredores fizeram o serviço.
- Se os varredores fizeram o serviço, então as calçadas não estão sujas.
- Se as calçadas não estão sujas, então os varredores fizeram o serviço.
- Os varredores não fizeram o serviço, e as calçadas estão sujas.
- As calçadas estão sujas, e os varredores fizeram o serviço.

Comentários:

Vamos definir as proposições simples:



s: "As calçadas estão sujas".

v: "Os varredores fizeram o serviço".

A afirmação do enunciado pode ser escrita por: **s V v:**

s V v: "[As calçadas estão sujas] **ou** [os varredores fizeram o serviço]."

Para transformar a disjunção inclusiva em uma condicional, podemos usar a equivalência **$p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q$** . Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela condicional ($\rightarrow$); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$s \vee v \equiv \sim s \rightarrow v$$

A condicional obtida pode ser descrita por:

$\sim s \rightarrow v$: "**Se** [as calçadas **não** estão sujas], **então** [os varredores fizeram o serviço]."

Gabarito: Letra C.

16.(VUNESP/PC SP/2018) Considere a afirmação: "Mateus não ganha na loteria ou ele compra aquele carrão". Uma afirmação equivalente a essa afirmação é:

- a) Se Mateus não ganha na loteria, então ele não compra aquele carrão.
- b) Mateus ganha na loteria ou ele compra aquele carrão.
- c) Se Mateus ganha na loteria, então ele compra aquele carrão.
- d) Mateus ganha na loteria e não compra aquele carrão.
- e) Ou Mateus não compra aquele carrão ou ele não ganha na loteria.

Comentários:

Vamos definir as proposições simples:

g: "Mateus ganha na loteria".

a: "Mateus compra aquele carrão".

A afirmação do enunciado pode ser escrita por **$\sim g \vee a$** :

$\sim g \vee a$: "[Mateus **não** ganha na loteria] **ou** [ele compra aquele carrão]."



Para transformar a disjunção inclusiva em uma condicional, podemos usar a equivalência $p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Nega-se o primeiro termo;
- Troca-se a disjunção inclusiva ($\vee$) pela condicional ($\rightarrow$); e
- Mantém-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$\sim g \vee a \equiv \sim(\sim g) \rightarrow a$$

A dupla negação de uma proposição simples corresponde à proposição original. Logo, temos:

$$\sim g \vee a \equiv g \rightarrow a$$

A condicional obtida pode ser descrita por:

$g \rightarrow a$: "Se [Mateus ganha na loteria], então [ele compra aquele carrão]."

Gabarito: Letra C.



Negações lógicas

17.(VUNESP/TCM SP/2023) Considere a seguinte afirmação: Se Júnior é auxiliar técnico de controle externo, então ele prestou um concurso.

Assinale a alternativa que contém uma correta negação lógica para a afirmação apresentada.

- a) Júnior é auxiliar técnico de controle externo e ele não prestou um concurso.
- b) Se Júnior não é auxiliar técnico de controle externo, então ele não prestou um concurso.
- c) Júnior não é auxiliar técnico de controle externo, mas ele prestou um concurso.
- d) Se Júnior não prestou um concurso, então ele não é auxiliar técnico de controle externo.
- e) Júnior não é auxiliar técnico de controle externo e não prestou um concurso.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "Júnior é auxiliar técnico de controle externo."

p: "Júnior prestou um concurso."

A proposição original é dada por $a \rightarrow p$:

$a \rightarrow p$: "Se [Júnior é auxiliar técnico de controle externo], então [ele prestou um concurso]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Mantém-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional ($\rightarrow$) pela conjunção ($\wedge$); e
- Nega-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(a \rightarrow p) \equiv a \wedge \sim p$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

$a \wedge \sim p$: "[Júnior é auxiliar técnico de controle externo] e [ele não prestou um concurso]."

Gabarito: Letra A.

18.(VUNESP/PC SP/2022) Considere a afirmação:

‘As camisas estão passadas e os sapatos não estão engraxados’.



Uma afirmação que corresponde à negação lógica desta, é:

- a) As camisas estão passadas ou os sapatos estão engraxados.
- b) Ou as camisas estão passadas ou os sapatos não estão engraxados.
- c) As camisas não estão passadas e os sapatos estão engraxados.
- d) As camisas não estão passadas e os sapatos não estão engraxados.
- e) As camisas não estão passadas ou os sapatos estão engraxados.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "As camisas estão passadas."

s: "Os sapatos estão engraxados."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção $c \wedge \sim s$:

$c \wedge \sim s$: "[As camisas estão passadas] e [os sapatos não estão engraxados]."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da conjunção;
- Troca-se a conjunção ($\wedge$) pela disjunção inclusiva ($\vee$).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(c \wedge \sim s) \equiv \sim c \vee \sim(\sim s)$$

A dupla negação de s corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim(c \wedge \sim s) \equiv \sim c \vee s$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$\sim c \vee s$: "[As camisas não estão passadas] ou [os sapatos estão engraxados]."

Gabarito: Letra E.

19.(VUNESP/PC SP/2022) Em certo dia, Estela afirmou para sua mãe, Marília:

– Eu não estou doente ou eu fiz a lição de casa.

Marília sabe que essa afirmação é falsa, logo conclui-se que Estela



- a) está doente se e somente se fez a lição de casa.
- b) se não está doente, então fez a lição de casa.
- c) está doente ou não fez a lição de casa.
- d) está doente e não fez a lição de casa.
- e) está doente se e somente se não fez a lição de casa.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "Eu estou doente."

f: "Eu fiz a lição de casa."

A fala de Estela pode ser descrita por $\sim d \vee f$:

$\sim d \vee f$: "[Eu não estou doente] ou [eu fiz a lição de casa]."

Como a afirmação é falsa, pode-se concluir corretamente a negação de $\sim d \vee f$. Devemos, portanto, negar $\sim d \vee f$.

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;
- Troca-se a disjunção inclusiva ($\vee$) pela conjunção ($\wedge$).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(\sim d \vee f) \equiv \sim(\sim d) \wedge \sim f$$

A dupla negação de **d** corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim(\sim d \vee f) \equiv d \wedge \sim f$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$d \wedge \sim f$: "[Eu estou doente] e [não fiz a lição de casa]."

Portanto, **conclui-se corretamente que Estela está doente e não fez a lição de casa.**

Gabarito: Letra D.



20.(VUNESP/Pref. Sorocaba/2022) Considere a seguinte proposição: "Se Bárbara é médica, então Rogério é dentista".

Assinale a alternativa que contém uma negação lógica para a proposição apresentada.

- a) Bárbara é médica e Rogério não é dentista.
- b) Bárbara não é médica e Rogério não é dentista.
- c) Bárbara não é médica e Rogério é dentista.
- d) Se Rogério não é dentista, então Bárbara é médica.
- e) Se Bárbara não é médica, então Rogério não é dentista.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

b: "Bárbara é médica."

r: "Rogério é dentista."

A proposição original é dada por $b \rightarrow r$:

$b \rightarrow r$: "Se [Bárbara é médica], então [Rogério é dentista]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Mantém-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional ($\rightarrow$) pela conjunção ($\wedge$); e
- Nega-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(b \rightarrow r) \equiv b \wedge \sim r$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

$b \wedge \sim r$: "[Bárbara é médica] e [Rogério não é dentista]."

Gabarito: Letra A.

21.(VUNESP/PC SP/2022) Assinale a alternativa que apresenta uma negação lógica da seguinte afirmação:

‘Se o indivíduo é um contraventor, então não resta esperança para ele’



- a) Se não resta esperança para ele, então o indivíduo é um contraventor.
- b) O indivíduo é um contraventor, e resta esperança para ele.
- c) Resta esperança para ele, ou o indivíduo não é um contraventor.
- d) O indivíduo não é um contraventor, e resta esperança para ele.
- e) Se resta esperança para ele, então o indivíduo não é um contraventor.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "O indivíduo é um contraventor."

e: "Resta esperança para ele (o contraventor)."

A proposição original é dada por $c \rightarrow \sim e$:

$c \rightarrow \sim e$: "Se [O indivíduo é um contraventor], então [não resta esperança para ele]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Mantém-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional ($\rightarrow$) pela conjunção ($\wedge$); e
- Nega-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(c \rightarrow \sim e) \equiv c \wedge \sim(\sim e)$$

A dupla negação de **e** corresponde à proposição original. Logo:

$$\sim(c \rightarrow \sim e) \equiv c \wedge e$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

$c \wedge e$: "[O indivíduo é um contraventor] e [resta esperança para ele]."

Gabarito: Letra B.

22.(VUNESP/Docas PB/2022) Considere falsa a seguinte afirmação: "Se hoje amanheci contente, então dormi bem".

Com base nessa informação, é necessariamente verdade que hoje



- a) não amanheci contente ou dormi bem.
- b) dormi bem e não amanheci contente.
- c) dormi bem e amanheci contente.
- d) amanheci contente e não dormi bem.
- e) não dormi bem e não amanheci contente.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "Hoje amanheci contente."

d: "Dormi bem."

A afirmação original é dada por **$a \rightarrow d$** :

$a \rightarrow d$: "Se [hoje amanheci contente], então [dormi bem]."

Como a afirmação original é **falsa**, é correto afirmar a negação dela. Devemos, portanto, negar **$a \rightarrow d$** .

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$** . Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Mantém-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional (**$\rightarrow$**) pela conjunção (**$\wedge$**); e
- Nega-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(a \rightarrow d) \equiv a \wedge \sim d$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

$a \wedge \sim d$: "[Hoje amanheci contente] e [não dormi bem]."

Portanto, é necessariamente verdade que hoje **amanheci contente e não dormi bem**.

Gabarito: Letra D.

23.(VUNESP/PB Saúde/2021) Assinale a alternativa que apresenta a afirmação que corresponde à negação lógica da afirmação a seguir: Se a sujeira é muita, então fazer a limpeza vai demorar.

- a) Se fazer a limpeza vai demorar, então a sujeira não é muita.
- b) A sujeira não é muita e fazer a limpeza vai demorar.



- c) A sujeira é muita e fazer a limpeza não vai demorar.
- d) A sujeira não é muita e fazer a limpeza não vai demorar.
- e) Se fazer a limpeza vai demorar, então a sujeira é muita.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

s: "A sujeira é muita."

l: "Fazer a limpeza vai demorar."

A proposição original é dada por $s \rightarrow l$:

$s \rightarrow l$: "Se [a sujeira é muita], então [fazer a limpeza vai demorar]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Mantém-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional ($\rightarrow$) pela conjunção ($\wedge$); e
- Nega-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(s \rightarrow l) \equiv s \wedge \sim l$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

$s \wedge \sim l$: "[A sujeira é muita] e [fazer a limpeza não vai demorar]."

Gabarito: Letra C.

24.(VUNESP/TJM SP/2021) Considere as proposições p e q, em que: p: o dia está ensolarado e a temperatura é baixa. q: é inverno.

A negação da condicional $p \rightarrow q$ está corretamente representada por:

- a) Se o dia não está ensolarado ou a temperatura não está baixa, então não é inverno.
- b) Se o dia não está ensolarado ou a temperatura não está baixa, então é inverno.
- c) Se o dia não está ensolarado e a temperatura não está baixa, então é inverno.
- d) O dia não está ensolarado ou a temperatura não é baixa e é inverno.
- e) O dia está ensolarado e a temperatura é baixa e não é inverno.

Comentários:



Sejam as proposições **simples**:

d: "O dia está ensolarado."

t: "A temperatura é baixa."

q: "É inverno."

Note que a proposição **p** sugerida pelo enunciado **não é uma proposição simples**, pois ela corresponde a **d** $\wedge$ **t**:

d $\wedge$ **t**: "(O dia está ensolarado) e (a temperatura é baixa)."

Portanto, a condicional **p** $\rightarrow$ **q** do enunciado é dada por (**d** $\wedge$ **t**) $\rightarrow$ **q**.

(**d** $\wedge$ **t**) $\rightarrow$ **q**: "**Se** [(O dia está ensolarado) e (a temperatura é baixa)], **então** [é inverno]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Mantém-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional ($\rightarrow$) pela conjunção ($\wedge$); e
- Nega-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$\sim[(d \wedge t) \rightarrow q] \equiv (d \wedge t) \wedge \sim q$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

(**d** $\wedge$ **t**) $\wedge$ $\sim$ **q**: "(O dia está ensolarado) e (a temperatura é baixa) e [não é inverno]."

Gabarito: Letra E.

25. (VUNESP/Pref. Ilhabela/2020) Considere a afirmação: Se a ampulheta está quebrada, então o tempo não pode ser medido. Uma afirmação que corresponde à sua negação lógica é:

- a) A ampulheta está quebrada, e o tempo pode ser medido.
- b) Se a ampulheta não está quebrada, então o tempo pode ser medido.
- c) A ampulheta não está quebrada, e o tempo não pode ser medido.
- d) Se o tempo pode ser medido, então a ampulheta não está quebrada.
- e) O tempo não pode ser medido ou a ampulheta está quebrada.

Comentários:

Sejam as proposições simples:



a: "A ampulheta está quebrada."

t: "O tempo pode ser medido."

A proposição original é dada por $a \rightarrow \sim t$:

$a \rightarrow \sim t$: "Se [A ampulheta está quebrada], então [o tempo não pode ser medido]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Mantém-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional ($\rightarrow$) pela conjunção ($\wedge$); e
- Nega-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(a \rightarrow \sim t) \equiv a \wedge \sim(\sim t)$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Logo:

$$\sim(a \rightarrow \sim t) \equiv a \wedge t$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

$a \wedge t$: "[A ampulheta está quebrada] e [o tempo pode ser medido]."

Gabarito: Letra A.

26.(VUNESP/EBSERH/2020) Considere a seguinte afirmação:

O técnico em análises clínicas realiza testes laboratoriais e faz análises microscópicas.

Uma negação lógica para a afirmação apresentada está contida na alternativa:

- a) O técnico em análises clínicas não realiza testes laboratoriais e não faz análises microscópicas.
- b) O técnico em análises clínicas não realiza testes laboratoriais ou não faz análises microscópicas.
- c) O técnico em análises clínicas não realiza testes laboratoriais, mas faz análises microscópicas.
- d) Quem realiza testes laboratoriais e faz análises microscópicas não é técnico em análises clínicas.
- e) Quem não realiza testes laboratoriais e não faz análises microscópicas é técnico em análises clínicas.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

t: "O técnico em análises clínicas realiza testes laboratoriais."



a: "O técnico em análises clínicas faz análises microscópicas."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção $t \wedge a$:

$t \wedge a$: "[O técnico em análises clínicas realiza testes laboratoriais] e [faz análises microscópicas]."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da conjunção;
- Troca-se a conjunção ($\wedge$) pela disjunção inclusiva ($\vee$).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(t \wedge a) \equiv \sim t \vee \sim a$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$\sim t \vee \sim a$: "[O técnico em análises clínicas **não** realiza testes laboratoriais] ou [**não** faz análises microscópicas]."

Gabarito: Letra B.

27. (VUNESP/EBSERH/2020) Os carregadores trouxeram o armário e o instalador não chegou. A negação lógica dessa afirmação é:

- a) se os carregadores não trouxeram o armário, então o instalador chegou.
- b) os carregadores não trouxeram o armário e o instalador chegou.
- c) se o instalador não chegou, então os carregadores não trouxeram o armário.
- d) os carregadores não trouxeram o armário ou o instalador chegou.
- e) os carregadores trouxeram o armário ou o instalador não chegou.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Os carregadores trouxeram o armário."

i: "O instalador chegou."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção $c \wedge \sim i$:

$c \wedge \sim i$: "[Os carregadores trouxeram o armário] e [o instalador **não** chegou]."



Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da conjunção;
- Troca-se a conjunção ($\wedge$) pela disjunção inclusiva ($\vee$).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(c \wedge \sim i) \equiv \sim c \vee \sim(\sim i)$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Logo:

$$\sim(c \wedge \sim i) \equiv \sim c \vee i$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$$\sim c \vee i: \text{"[Os carregadores não trouxeram o armário] ou [o instalador chegou]."}.$$

Gabarito: Letra D.

28. (VUNESP/PM SP/2020) Ontem Jorge foi ao cinema e voltou desapontado. Uma afirmação que corresponda à negação lógica dessa afirmação é:

- a) Ontem Jorge não foi ao cinema e voltou desapontado.
- b) Ontem Jorge não foi ao cinema ou não voltou desapontado.
- c) Ontem Jorge foi ao cinema e não voltou desapontado.
- d) Ontem Jorge não foi ao cinema ou voltou desapontado.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

f: "Ontem Jorge foi ao cinema."

v: " Ontem Jorge voltou desapontado."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **f** $\wedge$ **v**:

f $\wedge$ **v**: "[Ontem Jorge foi ao cinema] e [voltou desapontado]."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da conjunção;



- Troca-se a conjunção ($\wedge$) pela disjunção inclusiva ($\vee$).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(f \wedge v) \equiv \sim f \vee \sim v$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$$\sim f \vee \sim v: "[\text{Ontem Jorge não foi ao cinema}] \text{ ou } [\text{não voltou desapontado}]."$$

Gabarito: Letra B.

29.(VUNESP/FITO/2020) Para negar logicamente a afirmação: "Hoje eu corro 15 km ou faço 1000 abdominais", é correto dizer:

- a) Hoje eu não corro 15 km ou não faço 1 000 abdominais.
- b) Hoje eu não corro 15 km e faço 1 000 abdominais.
- c) Hoje eu não corro 15 km e não faço 1 000 abdominais.
- d) Hoje eu corro 15 km e não faço 1 000 abdominais.
- e) Hoje eu corro 14 km ou faço 900 abdominais.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Hoje eu corro 15km."

f: "Hoje eu faço 1000 abdominais."

A proposição original pode ser descrita por $c \vee f$:

$$c \vee f: "[\text{Hoje eu corro 15km}] \text{ ou } [\text{faço 1000 abdominais}]."$$

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;
- Troca-se a disjunção inclusiva ($\vee$) pela conjunção ($\wedge$).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(c \vee f) \equiv \sim c \wedge \sim f$$



Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$\sim c \wedge \sim f$: "[Hoje eu **não** corro 15km] e [n**ão** faço 1000 abdominais]".

Gabarito: Letra C.

30. (VUNESP/Pref. Itapevi/2019) Considere a afirmação: "os técnicos devem comparecer à reunião ou precisarão permanecer em seu local de trabalho". Uma afirmação que corresponda à sua negação lógica é:

- a) os técnicos não devem comparecer à reunião e não precisarão permanecer em seu local de trabalho.
- b) os técnicos não devem comparecer à reunião ou não precisarão permanecer em seu local de trabalho.
- c) os técnicos devem comparecer à reunião ou não precisarão permanecer em seu local de trabalho.
- d) os técnicos não devem comparecer à reunião ou precisarão permanecer em seu local de trabalho.
- e) os técnicos devem comparecer à reunião e não precisarão permanecer em seu local de trabalho.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

r : "Os técnicos devem comparecer à reunião."

l : "Os técnicos precisarão permanecer em seu local de trabalho."

A proposição original pode ser descrita por $r \vee l$:

$r \vee l$: "[Os técnicos devem comparecer à reunião] ou [precisarão permanecer em seu local de trabalho]."

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva ($\vee$) pela conjunção ($\wedge$).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(r \vee l) \equiv \sim r \wedge \sim l$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$\sim r \wedge \sim l$: "[Os técnicos **não** devem comparecer à reunião] e [n**ão** precisarão permanecer em seu local de trabalho]".

Gabarito: Letra A.



31. (VUNESP/Pref. Olímpia/2019) A negação lógica da afirmação “Os cachorros estão dóceis, e os gatos não estão agitados” é:

- a) Os cachorros não estão dóceis ou os gatos estão agitados.
- b) Os cachorros não estão dóceis ou os gatos não estão agitados.
- c) Os cachorros não estão dóceis, e os gatos estão agitados.
- d) Os cachorros estão agitados, e os gatos estão dóceis.
- e) Os cachorros estão agitados ou os gatos estão dóceis.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "Os cachorros estão dóceis."

a: "Os gatos estão agitados."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção $d \wedge \sim a$:

$d \wedge \sim a$: “[Os cachorros estão dóceis] e [os gatos não estão agitados].”

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção ($\wedge$) pela disjunção inclusiva ($\vee$).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(d \wedge \sim a) \equiv \sim d \vee \sim(\sim a)$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Logo:

$$\sim(\sim d \vee a) \equiv d \wedge \sim a$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$\sim d \vee a$: “[Os cachorros não estão dóceis] ou [os gatos estão agitados].”

Gabarito: Letra A.

32. (VUNESP/CM Mauá/2019) Uma negação lógica para a afirmação “Se Carlos faz o que gosta, então ele é feliz” é:



- a) Carlos faz o que gosta e não é feliz.
- b) Carlos não faz o que gosta e é feliz.
- c) Se Carlos não faz o que gosta, então ele não é feliz.
- d) Se Carlos não é feliz, então ele não faz o que gosta.
- e) Se Carlos faz o que gosta, então ele não é feliz.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

g: "Carlos faz o que gosta."

f: "Carlos é feliz."

A proposição original é dada por $g \rightarrow f$:

$g \rightarrow f$: "**Se** [Carlos faz o que gosta], **então** [ele é feliz]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Mantém-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional ($\rightarrow$) pela conjunção ($\wedge$); e
- Nega-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(g \rightarrow f) \equiv g \wedge \sim f$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

$g \wedge \sim f$: "[Carlos faz o que gosta] **e** [não é feliz]."

Gabarito: Letra A.

33.(VUNESP/PC SP/2018) Uma afirmação que corresponde à negação lógica da afirmação – Leonardo é dentista ou Marcelo não é médico – é:

- a) Leonardo é dentista e Marcelo é médico.
- b) Leonardo não é dentista ou Marcelo não é médico.
- c) Ou Leonardo não é dentista ou Marcelo é médico.
- d) Leonardo não é dentista e Marcelo é médico.



e) Se Leonardo é dentista, então Marcelo não é médico.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

l: "Leonardo é dentista."

m: "Marcelo é médico."

A proposição original pode ser descrita por $l \vee \sim m$:

$l \vee \sim m$: "[Leonardo é dentista] **ou** [Marcelo **não** é médico]."

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva ($\vee$) pela conjunção ($\wedge$).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(l \vee \sim m) \equiv \sim l \wedge \sim(\sim m)$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Logo:

$$\sim(\sim l \wedge m) \equiv l \wedge \sim m$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$\sim l \wedge m$: "[Leonardo **não** é dentista] **e** [Marcelo é médico]."

Gabarito: Letra D.

34.(VUNESP/TCE-SP/2017) Uma afirmação que corresponda à negação lógica da afirmação "Pedro distribuiu amor e Pedro colheu felicidade" é:

- a) Pedro não distribuiu amor e Pedro não colheu felicidade.
- b) Pedro não distribuiu ódio e Pedro não colheu infelicidade.
- c) Pedro não distribuiu amor ou Pedro não colheu felicidade.
- d) Pedro distribuiu ódio e Pedro colheu infelicidade.
- e) Se Pedro colheu felicidade, então Pedro distribuiu amor.

Comentários:



Sejam as proposições simples:

a: "Pedro distribuiu amor."

f: "Pedro colheu felicidade."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção $a \wedge f$:

$a \wedge f$: "[Pedro distribuiu amor] e [Pedro colheu felicidade]."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da conjunção;
- Troca-se a conjunção ($\wedge$) pela disjunção inclusiva ($\vee$).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(a \wedge f) \equiv \sim a \vee \sim f$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$\sim a \vee \sim f$: "[Pedro **não** distribuiu amor] ou [Pedro **não** colheu felicidade]."

Gabarito: Letra C.



Questões com mais de uma equivalência

35.(VUNESP/TCM SP/2023) Considere a seguinte afirmação: Se Carlos é médico, então Selma é auditora de controle externo e André é auxiliar técnico de controle externo.

Assinale a alternativa que contém uma equivalência lógica para a afirmação apresentada.

- a) Se Selma não é auditora de controle externo e André não é auxiliar técnico de controle externo, então Carlos não é médico.
- b) Se André não é auxiliar técnico de controle externo ou Selma não é auditora de controle externo, então Carlos não é médico.
- c) Carlos é médico e Selma é auditora de controle externo, e André é auxiliar técnico de controle externo.
- d) Carlos é médico, mas André não é auxiliar técnico de controle externo ou Selma não é auditora de controle externo.
- e) Carlos é médico, mas Selma não é auditora de controle externo e André não é auxiliar técnico de controle externo.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

c: "Carlos é médico."

s: "Selma é auditora de controle externo."

a: "André é auxiliar técnico de controle externo."

A afirmação do enunciado pode ser modelada por $c \rightarrow (s \wedge a)$.

$c \rightarrow (s \wedge a)$: "Se [Carlos é médico], então [(Selma é auditora de controle externo) e (André é auxiliar técnico de controle externo)]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$c \rightarrow (s \wedge a) \equiv \sim (s \wedge a) \rightarrow \sim c$$

O antecedente obtido, $\sim (s \wedge a)$, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "e" pelo "ou"**. Temos:

$$c \rightarrow (s \wedge a) \equiv (\sim s \vee \sim a) \rightarrow \sim c$$



A proposição equivalente pode ser escrita por:

$(\sim s \vee \sim a) \rightarrow \sim c$: "Se [(André **não** é auxiliar técnico de controle externo) **ou** (Selma **não** é auditora de controle externo)], **então** [Carlos **não** é médico]."

Gabarito: Letra B.

36.(VUNESP/ALESP/2022) Uma afirmação que corresponde à negação lógica da afirmação: "Troveja e chove muito, ou o dia está lindo", é:

- a) Não troveja e não chove muito, ou o dia não está lindo.
- b) Não troveja ou chove muito, ou o dia está lindo.
- c) Não troveja ou não chove muito, e o dia não está lindo.
- d) Troveja ou chove muito, e o dia não está lindo.
- e) Troveja ou não chove muito, e o dia está lindo.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

t: "Troveja"

c: "Chove muito."

d: "O dia está lindo."

A afirmação do enunciado pode ser modelada por $(t \wedge c) \vee d$:

$(t \wedge c) \vee d$: "[(Troveja) e (chove muito)], **ou** [o dia está lindo]."

Note que **temos uma disjunção inclusiva "ou"** entre a proposição composta $(t \wedge c)$ e a proposição simples **d**.

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva ($\vee$) pela conjunção ($\wedge$).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim[(t \wedge c) \vee d] \equiv \sim(t \wedge c) \wedge \sim d$$

Note que $\sim(t \wedge c)$ é a negação da conjunção $t \wedge c$. Para negar a conjunção, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**, obtendo-se $\sim t \vee \sim c$. Logo, a negação da nossa proposição original fica assim:



$$\sim[(t \wedge c) \vee d] \equiv (\sim t \vee \sim c) \wedge \sim d$$

Portanto, a negação procurada é:

$$(\sim t \vee \sim c) \wedge \sim d: "[(\text{Não troveja}) \text{ ou } (\text{não chove muito})], \text{ e } [\text{o dia não está lindo}]."$$

Gabarito: Letra C.

37.(VUNESP/PC SP/2022) Assinale a alternativa que apresenta uma afirmação logicamente equivalente à seguinte afirmação:

‘Se os catadores coletaram todas as latinhas, então a sacola arrebenta ou fica pesada’

- a) Os catadores coletaram todas as latinhas e a sacola arrebenta e fica pesada.
- b) A sacola arrebenta ou fica pesada e os catadores coletaram todas as latinhas.
- c) Se a sacola não arrebenta e fica pesada, então os catadores não coletaram todas as latinhas.
- d) Se a sacola arrebenta e não fica pesada, então os catadores coletaram todas as latinhas.
- e) Se a sacola não arrebenta e não fica pesada, então os catadores não coletaram todas as latinhas.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Os catadores coletaram todas as latinhas."

a: "A sacola arrebenta."

p: "A sacola fica pesada."

A afirmação do enunciado pode ser modelada por $c \rightarrow (a \vee p)$.

$c \rightarrow (a \vee p)$: "Se [os catadores coletaram todas as latinhas], então [(a sacola arrebenta) ou ((a sacola) fica pesada)]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$c \rightarrow (a \vee p) \equiv \sim(a \vee p) \rightarrow \sim c$$

O antecedente obtido, $\sim(a \vee p)$, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "ou" pelo "e"**. Temos:



$$c \rightarrow (a \vee p) \equiv (\sim a \wedge \sim p) \rightarrow \sim c$$

Logo, a proposição equivalente pode ser escrita por:

$(\sim a \wedge \sim p) \rightarrow \sim c$: "Se [(a sacola não arrebenta) e ((a sacola) não fica pesada)], então [os catadores não coletaram todas as latinhas]."

Gabarito: Letra E.

38.(VUNESP/PC SP/2022) Em uma livraria, o cliente que usa a poltrona no verão não compra livros.

Uma consequência lógica dessa situação indica que, nessa livraria,

- a) se é verão, então o cliente usa a poltrona ou compra livros.
- b) se não é verão e um cliente compra livros, então ele usa a poltrona.
- c) se um cliente compra livros, então ele não usa a poltrona ou não é verão.
- d) se é inverno e um cliente compra livros, então ele usa a poltrona.
- e) se um cliente compra livros e usa a poltrona, então é inverno.

Comentários:

Pessoal, **essa questão é um pouco polêmica.**

Originalmente, temos a proposição composta "**o cliente que usa a poltrona no verão não compra livros**". Essa proposição composta tem um sentido de condicional, podendo ser entendida como:

"Se [um cliente usa a poltrona no verão], então [(o cliente) não compra livros]."

Até aqui não temos nenhuma polêmica. Ocorre que, para resolver a questão, é necessário entender que a proposição "**um cliente usa a poltrona no verão**" é uma **conjunção "e" composta por duas proposições simples**:

"(Um cliente usa a poltrona) e (é verão)."

Particularmente **não concordo com esse entendimento**, pois "**no verão**" é apenas uma circunstância da proposição simples "**um cliente usa a poltrona no verão**". Sendo uma proposição simples, sua negação seria "**um cliente não usa a poltrona no verão**".

Esclarecida a polêmica, **vamos resolver a questão utilizando o entendimento da banca.**

Considere as proposições simples:

p: "Um cliente usa poltrona."

v: "É verão."

l: "O cliente compra livros."



Segundo o entendimento da banca, a proposição composta original pode ser descrita por $(p \wedge v) \rightarrow \sim l$:

$(p \wedge v) \rightarrow \sim l$: "Se [(um cliente usa a poltrona) e (é verão)], então [(o cliente) não compra livros]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$(p \wedge v) \rightarrow \sim l \equiv \sim(\sim l) \rightarrow \sim(p \wedge v)$$

A dupla negação da proposição simples l corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$(p \wedge v) \rightarrow \sim l \equiv l \rightarrow \sim(p \wedge v)$$

Além disso, $\sim(p \wedge v)$ pode ser desenvolvido por **De Morgan**, correspondendo a $\sim p \vee \sim v$. Ficamos com:

$$(p \wedge v) \rightarrow \sim l \equiv l \rightarrow (\sim p \vee \sim v)$$

Logo, a proposição equivalente pode ser descrita por:

$l \rightarrow (\sim p \vee \sim v)$: "Se [um cliente compra livros], então [(ele (o cliente) não usa a poltrona) ou (não é verão)]."

Gabarito: Letra C.

39.(VUNESP/TJM SP/2021) Uma proposição equivalente a "Se acordei cedo e me alimentei, então tenho um dia produtivo" é a proposição:

- a) Não tenho um dia produtivo e não acordei cedo e não me alimentei.
- b) Tenho um dia produtivo e não acordei cedo e não me alimentei.
- c) Se não tenho um dia produtivo, então não acordei cedo ou não me alimentei.
- d) Se não tenho um dia produtivo, então não acordei cedo e não me alimentei.
- e) Se tenho um dia produtivo, então acordei cedo ou me alimentei.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Acordei cedo."

a: "Me alimentei."

p: "Tenho um dia produtivo."



A proposição original pode ser descrita por $c \wedge a \rightarrow p$.

$c \wedge a \rightarrow p$: "Se [(acordei cedo) e (me alimentei)], então [tenho um dia produtivo]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$c \wedge a \rightarrow p \equiv \sim p \rightarrow \sim(c \wedge a)$$

O consequente obtido, $\sim(c \wedge a)$, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "e" pelo "ou"**. Temos:

$$c \wedge a \rightarrow p \equiv \sim p \rightarrow \sim c \vee \sim a$$

Ficamos com:

$\sim p \rightarrow \sim c \vee \sim a$: "Se [não tenho um dia produtivo], então [(não acordei cedo) ou (não me alimentei)]."

Gabarito: Letra C.

40. (VUNESP/CM Mogi Mirim/2020) Uma afirmação equivalente à afirmação: Se o chão está liso ou o pneu está careca, então o carro escorrega, é

- a) Se o carro não escorrega, então o chão não está liso ou o pneu não está careca.
- b) Se o carro não escorrega, então o chão não está liso e o pneu está careca.
- c) Se o carro não escorrega, então o chão está liso e o pneu não está careca.
- d) Se o carro não escorrega, então o chão está liso ou o pneu está careca.
- e) Se o carro não escorrega, então o chão não está liso e o pneu não está careca.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

l: "O chão está liso."

p: "O pneu está careca."

e: "O carro escorrega."

A proposição original pode ser descrita por $l \vee p \rightarrow e$.



$IVp \rightarrow e$: "Se [(o chão está liso) ou (o pneu está careca)], então [o carro escorrega]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$IVp \rightarrow e \equiv \sim e \rightarrow \sim(IVp)$$

O consequente obtido, $\sim(IVp)$, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "ou" pelo "e"**. Temos:

$$IVp \rightarrow e \equiv \sim e \rightarrow \sim I \wedge \sim p$$

Ficamos com:

$\sim e \rightarrow \sim I \wedge \sim p$: "Se [o carro não escorrega], então [(o chão não está liso) e (o pneu não está careca)]."

Gabarito: Letra E.

41.(VUNESP/ISS Campinas/2019) Uma proposição logicamente equivalente à afirmação "Se Marcos é engenheiro, então Roberta é enfermeira e Ana é psicóloga" é apresentada na alternativa:

- a) Se Roberta não é enfermeira ou Ana não é psicóloga, então Marcos não é engenheiro.
- b) Ana é psicóloga, Marcos é engenheiro e Roberta é enfermeira.
- c) Se Marcos não é engenheiro, então Roberta não é enfermeira e Ana não é psicóloga.
- d) Se Roberta é enfermeira e Ana é psicóloga, então Marcos é engenheiro.
- e) Roberta não é enfermeira, Ana não é psicóloga e Marcos não é engenheiro.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

m: "Marcos é engenheiro."

r: "Roberta é enfermeira."

a: "Ana é psicóloga."

A afirmação do enunciado pode ser modelada por $m \rightarrow (r \wedge a)$.

$m \rightarrow (r \wedge a)$: "Se [Marcos é engenheiro], então [(Roberta é enfermeira) e (Ana é psicóloga)]."



Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$m \rightarrow (r \wedge a) \equiv \sim(r \wedge a) \rightarrow \sim m$$

O antecedente obtido, $\sim(r \wedge a)$, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "e" pelo "ou"**. Temos:

$$m \rightarrow (r \wedge a) \equiv (\sim r \vee \sim a) \rightarrow \sim m$$

A proposição equivalente pode ser escrita por:

$(\sim r \vee \sim a) \rightarrow \sim m$: "Se [(Roberta não é enfermeira) ou (Ana não é psicóloga)], então [Marcos não é engenheiro]."

Gabarito: Letra A.



Outras equivalências e negações

42.(VUNESP/TCM SP/2023) Uma negação lógica para a afirmação “Sou feliz se, e somente se, você é feliz” está contida na alternativa:

- a) Não sou feliz se, e somente se, você não é feliz.
- b) Se eu não sou feliz, então você não é feliz.
- c) Se você não é feliz, então eu não sou feliz.
- d) Sou feliz e você não é feliz.
- e) Ou eu sou feliz, ou você é feliz.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

s: "Eu sou feliz."

v: "Você é feliz."

A proposição original é dada pela bicondicional $s \leftrightarrow v$:

$s \leftrightarrow v$: "[Sou feliz] **se, e somente se,** [você é feliz]."

Queremos a negação lógica da bicondicional. Uma das formas de se negar a bicondicional é por meio da **disjunção exclusiva**: $\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \vee q$. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(s \leftrightarrow v) \equiv s \vee v$$

Logo, a negação procurada é:

$s \vee v$: "**Ou** [eu sou feliz], **ou** [você é feliz]."

Gabarito: Letra E.

43.(VUNESP/CMSJC/2022) Considere a afirmação: "Ou arranjo emprego ou não me caso". A negação dessa afirmação é:

- a) Se eu arranjo emprego, então eu me caso.
- b) Se eu não arranjo emprego, então eu me caso.
- c) Ou não arranjo emprego ou me caso.
- d) Ou não arranjo emprego ou não me caso.
- e) Arranjo emprego e não me caso.



Comentários:

Considere as proposições simples:

a: "Arranjo emprego."

c: "Me caso."

A afirmação original é uma **disjunção exclusiva (ou...ou)** representada por $a \vee \sim c$:

$a \vee \sim c$: "Ou [arranjo emprego] ou [não me caso]."

Para a questão em tela, devemos negar a disjunção exclusiva $a \vee \sim c$. A principal forma de se negar uma disjunção exclusiva é por meio da bicondicional, fazendo uso da seguinte equivalência:

$$\sim(p \vee q) \equiv p \leftrightarrow q$$

Note que nas alternativas **não temos nenhuma bicondicional**. Portanto, **não devemos utilizar essa forma de se negar**.

Para a bicondicional, sabemos que ao negar apenas um dos termos, temos uma negação. Por exemplo, temos as seguintes negações de $p \leftrightarrow q$:

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv \sim p \leftrightarrow q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \sim q$$

Para a disjunção exclusiva, temos a mesma ideia: ao negar um dos termos da disjunção exclusiva, temos a negação dela. Por exemplo, temos as seguintes negações de $p \vee q$:

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \vee q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv p \vee \sim q$$

Portanto, para negar $a \vee \sim c$, temos também as seguintes possibilidades:

$$\sim(a \vee \sim c) \equiv \sim a \vee \sim c$$

$$\sim(a \vee \sim c) \equiv a \vee \sim(\sim c)$$

Para a segunda possibilidade, como temos a dupla negação de c , ficamos com:

$$\sim(a \vee \sim c) \equiv a \vee c$$

Vamos expressar as duas negações de $a \vee \sim c$:

$\sim a \vee \sim c$: "Ou [não arranjo emprego] ou [não me caso]."

$a \vee c$: "Ou [arranjo emprego] ou [me caso]."



Veja que a primeira negação está presente na **alternativa D**, que é o **gabarito** da questão.

Gabarito: Letra D.

44.(VUNESP/ISS Mogi das Cruzes/2021) Sabe-se que não é verdade que, ou José é rico ou Paula é pobre. Sendo assim, é correto afirmar que

- a) José é rico se, e somente se, Paula é pobre.
- b) Se José é rico, então Paula é pobre.
- c) Se Paula é pobre, então José é rico.
- d) José e Paula são ricos.
- e) Paula e José são pobres.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

j: "José é rico."

p: "Paula é pobre."

Note que a proposição original é a negação da disjunção exclusiva **j∨p**:

~(j∨p): "**Não é verdade que, [ou (José é rico) ou (Paula é pobre)]**"

Em resumo, queremos uma proposição equivalente a **~(j∨p)**, ou seja, queremos a negação de **j∨p**.

Podemos negar a disjunção exclusiva por meio da bicondicional: **~(p∨q) ≡ p↔q**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(j\vee p) \equiv j \leftrightarrow p$$

Ficamos com:

j↔p: "**[José é rico] se, e somente se, [Paula é pobre]**."

Portanto, é correto afirmar que **José é rico se, e somente se, Paula é pobre**.

Gabarito: Letra A.

45.(VUNESP/TJ SP/2021) Uma afirmação equivalente à afirmação "Se Alice estuda, então ela faz uma boa prova, e se Alice estuda, então ela não fica triste" é



- a) Se Alice estuda, então ela não faz uma boa prova ou ela fica triste.
- b) Se Alice fica triste e não faz uma boa prova, então ela não estuda.
- c) Se Alice estuda, então ela faz uma boa prova e ela não fica triste.
- d) Alice estuda e ela faz uma boa prova e não fica triste.
- e) Alice não estuda, e ela faz uma boa prova ou não fica triste.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

e: "Alice estuda."

p: "Alice faz uma boa prova."

t: "Alice fica triste."

A afirmação presente no enunciado é dada por $(e \rightarrow p) \wedge (e \rightarrow \sim t)$:

$(e \rightarrow p) \wedge (e \rightarrow \sim t)$: "(Se [Alice estuda], então [ela faz uma boa prova]), e (se [Alice estuda], então [ela não fica triste])."

Note que temos uma **conjunção de condicionais em que o termo comum é o antecedente e**. Logo, devemos utilizar a seguinte equivalência:

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$$

Aplicando essa equivalência para o caso em questão, temos:

$$(e \rightarrow p) \wedge (e \rightarrow \sim t) \equiv e \rightarrow (p \wedge \sim t)$$

Portanto, temos a seguinte proposição equivalente:

$e \rightarrow (p \wedge \sim t)$: "Se [Alice estuda], então [(ela faz uma boa prova) e (ela não fica triste)]."

Gabarito: Letra C.

46. (VUNESP/EBSERH/2020) Uma correta negação lógica para a afirmação "Rosana é vulnerável ou necessitada, mas não ambos" está contida na alternativa:

- a) Rosana é vulnerável se, e somente se, ela é necessitada.
- b) Rosana não é vulnerável se, e somente se, ela é necessitada.
- c) Rosana é vulnerável e necessitada.
- d) Rosana não é vulnerável e, tampouco, necessitada.
- e) Se Rosana não é necessitada, então ela não é vulnerável.



Comentários:

Vamos definir as proposições simples:

p: "Rosana é vulnerável."

q: "Rosana é necessitada."

Nesse caso, a afirmação é uma **disjunção exclusiva** dada por **$p \vee q$** .

"[Rosana é vulnerável] **ou** [necessitada], **mas não ambos**."

Sabemos que a negação da **disjunção exclusiva** é a bicondicional, isto é:

$$\sim(p \vee q) \equiv p \leftrightarrow q$$

Logo, a negação requerida é:

$p \leftrightarrow q$: "[Rosana é vulnerável] **se, e somente se,** [ela é necessitada]."

Gabarito: Letra A.

47. (VUNESP/CM Monte Alto/2019) Considere a afirmação:

O estudante chegou e a prova não começou.

Uma afirmação que corresponda à negação lógica da afirmação anterior é:

- a) O estudante não chegou e a prova não começou.
- b) Se a prova não começou, então o estudante chegou.
- c) A prova não começou ou o estudante chegou.
- d) Se o estudante chegou, então a prova começou.
- e) O estudante chegou e a prova começou.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "O estudante chegou."

p: "A prova começou."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **$e \wedge \sim p$** :

$e \wedge \sim p$: "[O estudante chegou] **e** [a prova **não** começou]."



A primeira equivalência a ser utilizada diante a negação de uma conjunção é a equivalência de De Morgan.

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção ($\wedge$) pela disjunção inclusiva ($\vee$).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(e \wedge \sim p) \equiv \sim e \vee \sim(\sim p)$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original:

$$\sim(e \wedge \sim p) \equiv \sim e \vee p$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$$\sim e \vee p: \text{ "[O estudante não chegou] ou [a prova começou]."}$$

Note que não temos essa negação como resposta.

"E agora, professor? Será que erramos em alguma coisa?"

Não, caro aluno! Primeiro, perceba que já podemos **eliminar a alternativa C**, pois ela apresenta uma disjunção inclusiva diferente da que obtemos. Além disso, as **alternativas A e E podem ser eliminadas**, pois a negação de uma conjunção nunca será outra conjunção. **Resta-nos as alternativas B e D, que são condicionais**. Logo, temos que dar um jeito de transformar $\sim e \vee p$ em uma condicional.

Para transformar $\sim e \vee p$ em uma condicional, devemos utilizar a **equivalência transformação da disjunção inclusiva em condicional**: $p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q$. A equivalência é realizada do seguinte modo:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva ($\vee$) pela condicional ($\rightarrow$); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim e \vee p \equiv \sim(\sim e) \rightarrow p$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original:

$$\sim e \vee p \equiv e \rightarrow p$$

Ficamos com:



$e \rightarrow p$: “Se [o estudante chegou], então [a prova começou].”

Agora sim chegamos no gabarito! **Alternativa D.**

—

Uma **forma mais simples de se resolver** a questão requer que o aluno se lembre de duas equivalências que são mais raras: as **negações da conjunção para a forma condicional**. Lembre-se das seguintes equivalências:

- $\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$
- $\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$

Para essa questão, devemos negar $e \wedge \sim p$, isto é, devemos obter $\sim(e \wedge \sim p)$. Utilizando essas duas equivalências, temos:

- $\sim(e \wedge \sim p) \equiv e \rightarrow \sim(\sim p)$, isto é, $\sim(e \wedge \sim p) \equiv e \rightarrow p$;
- $\sim(e \wedge \sim p) \equiv \sim p \rightarrow \sim e$

Note que, na **primeira equivalência**, obtemos que a negação da conjunção em questão é $e \rightarrow p$:

$e \rightarrow p$: “Se [o estudante chegou], então [a prova começou].”

Novamente, a **alternativa D** corresponde à negação requerida.

Gabarito: Letra D.

48.(VUNESP/TCE-SP/2017) Se a afirmação “ Ou Renato é o gerente da loja ou Rodrigo é o dono da loja” é verdadeira, então uma afirmação necessariamente verdadeira é:

- a) Renato é o gerente da loja e Rodrigo é o dono da loja.
- b) Renato é o gerente da loja se, e somente se, Rodrigo não é o dono da loja.
- c) Se Renato não é o gerente da loja, então Rodrigo não é o dono da loja.
- d) Se Renato é o gerente da loja, então Rodrigo é o dono da loja.
- e) Renato é o gerente da loja.

Comentários:



Vamos definir as proposições simples:



p: "Renato é o gerente da loja."

q: "Rodrigo é o dono da loja."

Nesse caso, a afirmação é uma **disjunção exclusiva** dada por **$p \vee q$** .

$p \vee q$: "**Ou** [Renato é o gerente da loja] **ou** [Rodrigo é o dono da loja]."

Temos que procurar nas alternativas uma resposta equivalente ao "ou exclusivo". Sabemos que existe a seguinte equivalência para esse caso:

$$p \vee q \equiv \sim(p \leftrightarrow q)$$

Observe que a **alternativa B** nos dá uma bicondicional representada por **$p \leftrightarrow \sim q$** . Nesse momento, é importante lembrar a equivalência da negação da bicondicional:

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \sim q$$

Assim, temos que o "ou exclusivo" do enunciado é equivalente a **$p \leftrightarrow \sim q$** , pois ele é equivalente a **$\sim(p \leftrightarrow q)$** .

Gabarito: Letra B.

49.(VUNESP/Pref. SP/2015) Considere as afirmações I, II, III e IV a seguir:

I. Sou economista se, e somente se, sou responsável.

II. Sou economista e responsável, ou, não sou economista e não sou responsável.

III. Sou economista se, e somente se, não sou responsável.

IV. Sou economista e não sou responsável, ou, não sou economista e sou responsável.

As afirmações II, III e IV, em relação à afirmação I, são, respectivamente,

- a) uma negação, uma equivalente, e uma negação.
- b) uma equivalente, uma equivalente, e uma negação.
- c) uma negação, uma negação, e uma equivalente.
- d) uma equivalente, uma negação, e uma equivalente.
- e) uma equivalente, uma negação, e uma negação.

Comentários:



Vamos atribuir nomes às proposições simples:



p : "Sou economista."

q : "Sou responsável."

As afirmações I, II, III e IV podem ser escritas por:

I. $p \leftrightarrow q$

II. $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

III. $p \leftrightarrow \sim q$

IV. $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$

Sabemos da teoria vista que **III e IV são formas de se negar a bicondicional** e, por eliminação, podemos marcar a **letra E**.

Para fins didáticos, podemos verificar se a afirmação II é de fato equivalente à bicondicional.

Lembre-se que **SEMPRE** podemos recorrer à **tabela-verdade** para verificar se duas proposições são equivalentes. Isso porque, pela definição de equivalências, temos:

Duas proposições **A** e **B** são **equivalentes** quando todos os **valores lógicos** (V ou F) assumidos por elas **são iguais** para **todas as combinações de valores lógicos atribuídos às proposições simples que as compõem**.

Observe que $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$ é equivalente à bicondicional, pois apresenta os mesmos valores lógicos de $p \leftrightarrow q$ para todas as combinações de valores lógicos atribuídos a p e a q .

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim p \wedge \sim q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
V	V	F	F	V	F	V	V
V	F	F	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	F	F	F
F	F	V	V	F	V	V	V

Gabarito: Letra E.



QUESTÕES COMENTADAS – VUNESP

Álgebra de proposições

1.(VUNESP/TJ SP/2022) Considere a seguinte proposição:

“Cláudia é advogada se, e somente se, Paulo é assistente social.”

Assinale a alternativa que contém uma negação lógica para a proposição dada.

- a) Se Paulo não é assistente social, então Cláudia não é advogada.
- b) Ou Paulo é assistente social ou Cláudia é advogada.
- c) Cláudia é advogada e Paulo não é assistente social.
- d) Paulo é assistente social e Cláudia não é advogada.
- e) Cláudia não é advogada se, e somente se, Paulo não é assistente social.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

c: "Cláudia é advogada."

p: "Paulo é assistente social."

A proposição original é dada pela bicondicional $c \leftrightarrow p$:

$c \leftrightarrow p$: "[Cláudia é advogada] **se, e somente se,** [Paulo é assistente social]."

Queremos a negação lógica da bicondicional. Uma das formas de se negar a bicondicional é por meio da **disjunção exclusiva**: $\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \vee q$. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(c \leftrightarrow p) \equiv c \vee p$$

Logo, a negação procurada pode ser descrita por:

$c \vee p$: "**Ou** [Cláudia é advogada], **ou** [Paulo é assistente social]."

Sabemos que a **disjunção exclusiva** goza da **propriedade comutativa**. Genericamente, temos que $p \vee q \equiv q \vee p$. Para o caso em questão:

$$c \vee p \equiv p \vee c$$

Logo, também podemos escrever a negação da bicondicional original da seguinte forma:



$p \vee c$: "Ou [Paulo é assistente social], ou [Cláudia é advogada]."

Gabarito: Letra B.

2.(VUNESP/PC SP/2022) Assinale a alternativa que apresenta uma afirmação logicamente equivalente à seguinte afirmação:

‘Ameaça chuva e saio com capa ou, ameaça chuva e saio com guarda-chuva’

- a) Ameaça chuva ou saio com capa ou saio com guarda-chuva.
- b) Ameaça chuva ou não saio com capa e saio com guarda-chuva.
- c) Não ameaça chuva e não saio com capa ou saio com guarda-chuva.
- d) Se não ameaça chuva, saio com capa e não saio com guarda-chuva.
- e) Ameaça chuva e, saio com capa ou saio com guarda-chuva.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

a: "Ameaça chuva."

c: "Saio com capa."

g: "Saio com guarda-chuva."

A proposição original pode ser descrita por $(a \wedge c) \vee (a \wedge g)$:

$(a \wedge c) \vee (a \wedge g)$: "[Ameaça chuva] e [saio com capa] ou, [ameaça chuva] e [saio com guarda-chuva]"

Genericamente, a **propriedade distributiva do "e" com relação ao "ou"** é descrita por:

$$(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \equiv p \wedge (q \vee r)$$

Aplicando essa propriedade para a proposição composta $(a \wedge c) \vee (a \wedge g)$, temos:

$$(a \wedge c) \vee (a \wedge g) \equiv a \wedge (c \vee g)$$

Logo, temos a seguinte equivalência:

$a \wedge (c \vee g)$: "[Ameaça chuva] e, [(saio com capa) ou (saio com guarda-chuva)]."

Gabarito: Letra E.



3.(VUNESP/Pref. F Vasconcelos/2020) Considere a seguinte ordem dada:

Ligue a sirene e leve a viatura até o local da ocorrência.

Assinale a alternativa que contém uma negação lógica da ordem dada.

- a) Não ligue a sirene e leve a viatura até o local da ocorrência.
- b) Não ligue a sirene ou leve a viatura até o local da ocorrência.
- c) Não leve a viatura até o local da ocorrência e ligue a sirene.
- d) Não leve a viatura até o local da ocorrência ou não ligue a sirene.
- e) Não leve a viatura até o local da ocorrência e não ligue a sirene.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

s: "Ligue a sirene."

v: "Leve a viatura até o local da ocorrência."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção $s \wedge v$:

$s \wedge v$: "[Ligue a sirene] e [leve a viatura até o local da ocorrência]."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da conjunção;
- Troca-se a conjunção ($\wedge$) pela disjunção inclusiva ($\vee$).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(s \wedge v) \equiv \sim s \vee \sim v$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$\sim s \vee \sim v$: "[Não ligue a sirene] ou [não leve a viatura até o local da ocorrência]."

Note que essa alternativa não se encontra nas respostas. Isso porque a banca tentou "esconder" a resposta trocando as proposições simples de lugar. Sabemos que, pela **propriedade comutativa**:

$$\sim s \vee \sim v \equiv \sim v \vee \sim s$$

Logo, a negação requerida também pode ser escrita assim:



$\sim v \vee \sim s$: "[**Não** leve a viatura até o local da ocorrência] **ou** [**não** ligue a sirene]."

Gabarito: Letra D.

4.(VUNESP/CM Tatuí/2019) Se estou com pressa e o computador travou, então não consigo fazer o trabalho. Uma afirmação que seja logicamente equivalente à afirmação anterior é:

- a) Se não consigo fazer o trabalho, então o computador travou e estou com pressa.
- b) Se não consigo fazer o trabalho, então não estou com pressa e o computador não travou.
- c) Estou com pressa e o computador travou ou não consigo fazer o trabalho.
- d) Não estou com pressa ou o computador não travou, ou não consigo fazer o trabalho.
- e) Estou com pressa ou o computador travou, e não consigo fazer o trabalho.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "Estou com pressa."

k: "O computador travou."

f: "Conseguir fazer o trabalho."

A afirmação do enunciado pode ser expressa por $(e \wedge k) \rightarrow \sim f$.

$(e \wedge k) \rightarrow \sim f$: "Se [(estou com pressa) e (o computador travou)], então [**não** consigo fazer o trabalho]."

As alternativas apresentam tanto condicionais ($\rightarrow$) quanto disjunções inclusivas ("ou", $\vee$) como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ (contrapositiva)
- $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Contrapositiva

Realizando a contrapositiva em $(e \wedge k) \rightarrow \sim f$, temos:

$$(e \wedge k) \rightarrow \sim f \equiv \sim(\sim f) \rightarrow \sim(e \wedge k)$$

O conseqüente obtido, $\sim(e \wedge k)$, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "e" pelo "ou"**. Temos:

$$(e \wedge k) \rightarrow \sim f \equiv f \rightarrow (\sim e \vee \sim k)$$

A proposição equivalente pode ser escrita por:



$f \rightarrow (\sim e \vee \sim k)$: "Se [consigo fazer o meu trabalho], então [(não estou com pressa) ou (o meu computador não travou)]."

Não temos essa resposta nas alternativas. Devemos testar a segunda equivalência.

Transformação da condicional em disjunção inclusiva

Para aplicar a segunda equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Nega-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional ($\rightarrow$) pela disjunção inclusiva ($\vee$); e
- Mantém-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$(e \wedge k) \rightarrow \sim f \equiv \sim(e \wedge k) \vee \sim f$$

O primeiro termo obtido, $\sim(e \wedge k)$, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "e" pelo "ou"**. Temos:

$$(e \wedge k) \rightarrow \sim f \equiv (\sim e \vee \sim k) \vee \sim f$$

A equivalência resultante corresponde à **alternativa D**:

$(\sim e \vee \sim k) \vee \sim f$: "[Não estou com pressa] ou [o computador não travou], ou [não consigo fazer o trabalho]."

Observação: a vírgula presente na frase se refere aos parênteses da parcela $(\sim e \vee \sim k)$. A vírgula, assim como os parênteses, poderia ser movida de lugar por conta da **propriedade associativa**:

$$(\sim e \vee \sim k) \vee \sim f \equiv \sim e \vee (\sim k \vee \sim f)$$

Gabarito: Letra D.

5.(VUNESP/TCE-SP/2017) Uma afirmação que corresponda à negação lógica da afirmação " Se a demanda aumenta, então os preços tendem a subir" é:

- a) Se os preços não tendem a subir, então a demanda não aumenta.
- b) Ou os preços tendem a subir, ou a demanda aumenta.
- c) Se a demanda não aumenta, então os preços não tendem a subir.
- d) A demanda aumenta ou os preços não tendem a subir.
- e) Os preços não tendem a subir, e a demanda aumenta.

Comentários:



Sejam as proposições simples:

d: "A demanda aumenta."

p: "Os preços tendem a subir."

A proposição original é dada por $d \rightarrow p$:

$d \rightarrow p$: "Se [a demanda aumenta], então [os preços tendem a subir]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Mantém-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional ($\rightarrow$) pela conjunção ($\wedge$); e
- Nega-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(d \rightarrow p) \equiv d \wedge \sim p$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

$d \wedge \sim p$: "[A demanda aumenta] e [os preços não tendem a subir]."

Utilizando a **propriedade comutativa**, podemos trocar **d** e $\sim p$ de posição na conjunção acima. Ficamos com:

$\sim p \wedge d$: "[Os preços não tendem a subir] e [a demanda aumenta]."

Gabarito: Letra E.



LISTA DE QUESTÕES – VUNESP

Equivalências lógicas



As questões estão divididas em quatro tópicos, conforme a teoria da aula:

- Equivalências fundamentais
- Negações lógicas
- Questões com mais de uma equivalência
- Outras equivalências e negações



Equivalências fundamentais

1.(VUNESP/Pref Marília/2023) Uma afirmação logicamente equivalente à afirmação: ‘Se você começa, então a repetição faz você continuar’, está contida na afirmação

- a) Se você não começa, então a repetição não faz você continuar.
- b) Se a repetição não faz você continuar, então você não começa.
- c) Você começa e a repetição faz você continuar.
- d) Ou você começa ou a repetição faz você continuar.
- e) Se a repetição faz você continuar, então você começa.

2.(VUNESP/TCM SP/2023) Considere a seguinte afirmação: Hélio é casado ou Luana é solteira.

Uma equivalência lógica para a proposição apresentada está contida na alternativa:

- a) Se Hélio não é casado, então Luana é solteira.
- b) Hélio e Luana são solteiros.
- c) Se Hélio é solteiro, então Luana é casada.
- d) Hélio e Luana são casados.
- e) Se Hélio é casado, então Luana não é solteira.

3.(VUNESP/PC SP/2022) Considere a afirmação:

Se os instrumentos estão sobre a mesa, então a análise não sofre atraso.

Uma afirmação que seja logicamente equivalente a esta, é

- a) Os instrumentos não estão sobre a mesa ou a análise sofre atraso.
- b) Os instrumentos não estão sobre a mesa e a análise não sofre atraso.
- c) Os instrumentos estão sobre a mesa e a análise sofre atraso.
- d) Se a análise sofre atraso, então os instrumentos não estão sobre a mesa.
- e) Se a análise não sofre atraso, então os instrumentos estão sobre a mesa.

4.(VUNESP/TJ SP/2022) Uma equivalente lógica para a proposição “Se eu me cuido, então sou saudável” está contida na alternativa:

- a) Eu não me cuido e não sou saudável.
- b) Se sou saudável, então eu me cuido.
- c) Eu não me cuido ou sou saudável.
- d) Sou saudável e eu não me cuido.
- e) Eu me cuido e sou saudável.



5.(VUNESP/TJ SP/2022) Uma equivalente lógica para a afirmação – Se o dia foi corrido, então trabalhei muito – está contida na alternativa:

- a) Se não trabalhei muito, então o dia não foi corrido.
- b) O dia não foi corrido e trabalhei muito.
- c) Se trabalhei muito, então o dia foi corrido.
- d) Se o dia não foi corrido, então não trabalhei muito.
- e) O dia foi corrido e não trabalhei muito.

6.(VUNESP/PB Saúde/2021) Dada a afirmação “Se a temperatura está abaixo de 5°C , então uso luvas”, a sua contrapositiva é a afirmação:

- a) Se a temperatura não está abaixo de 5°C , então uso luvas.
- b) Se a temperatura não está abaixo de 5°C , então não uso luvas.
- c) Se uso luvas, então a temperatura está abaixo de 5°C .
- d) Se não uso luvas, então a temperatura não está abaixo de 5°C .
- e) Se uso luvas, então a temperatura não está abaixo de 5°C .

7.(VUNESP/PB Saúde/2021) A afirmação que é logicamente equivalente à afirmação “Enfrento meus desafios ou fico em casa dormindo” é:

- a) Enfrento meus desafios e fico em casa dormindo.
- b) Se não enfrento meus desafios, então fico em casa dormindo.
- c) Não enfrento meus desafios e fico em casa dormindo.
- d) Enfrento meus desafios e não fico em casa dormindo.
- e) Se fico em casa dormindo, então não enfrento meus desafios.

8. (VUNESP/CODEN/2021) Considere a afirmação: Se estudei muito para o concurso, então não pude lavar o tapete. Uma afirmação equivalente a esta é

- a) Se pude lavar o tapete, então não estudei muito para o concurso.
- b) Se não estudei muito para o concurso, então pude lavar o tapete.
- c) Ou estudei muito para o concurso ou não pude lavar o tapete.
- d) Estudei muito para o concurso e não pude lavar o tapete.
- e) Pude lavar o tapete e não estudei muito para o concurso.



9.(VUNESP/EBSERH/2020) Considere a seguinte afirmação:

Se Marcos está prestando esse concurso, então ele é formado no Curso de Serviço Social.

Assinale a alternativa que contém uma afirmação equivalente para a afirmação apresentada.

- a) Marcos está prestando esse concurso se, e somente se, ele é formado no Curso de Serviço Social.
- b) Se Marcos é formado no Curso de Serviço Social, então ele está prestando esse concurso.
- c) Marcos está prestando esse concurso e ele é formado no Curso de Serviço Social.
- d) Se Marcos não é formado no Curso de Serviço Social, então ele não está prestando esse concurso.
- e) Marcos não é formado no Curso de Serviço Social e ele está prestando esse concurso.

10.(VUNESP/Pref. F Vasconcelos/2020) Considere a afirmação:

Se Fulano é guarda civil, então Beltrano é policial militar.

Uma afirmação logicamente equivalente à afirmação acima é:

- a) Se Fulano é policial militar, então Beltrano é guarda civil.
- b) Se Fulano não é guarda civil, então Beltrano não é policial militar.
- c) Se Beltrano não é policial militar, então Fulano não é guarda civil.
- d) Se Beltrano é policial militar, então Fulano é guarda civil.
- e) Se Fulano não é policial militar, então Beltrano não é guarda civil.

11.(VUNESP/EBSERH/2020) Se as providências foram tomadas, então não houve problema. Uma afirmação que é logicamente equivalente a essa é:

- a) As providências foram tomadas e não houve problema.
- b) Se houve problema, então as providências não foram tomadas.
- c) Houve problema ou as providências não foram tomadas.
- d) Se as providências não foram tomadas, então houve problema.
- e) As providências não foram tomadas e houve problema.

12.(VUNESP/EBSERH/2020) Sabe-se que todos os irmãos de Márcia são técnicos em análises clínicas. Logo, é correto afirmar que

- a) Se Armando não é irmão de Márcia, então ele não é técnico em análises clínicas.
- b) Márcia e seus irmãos são técnicos em análises clínicas.
- c) Se Josué não é técnico em análises clínicas, então ele não é irmão de Márcia.
- d) Márcia não é técnica em análises clínicas.
- e) Se Caio é técnico em análises clínicas, então ele é irmão de Márcia.



13.(VUNESP/CM Piracicaba/2019) A seguinte afirmação:

Se estou fazendo essa prova, então sou programador.

é equivalente a

- a) sou programador e estou fazendo essa prova.
- b) não sou programador e não estou fazendo essa prova.
- c) se sou programador, então estou fazendo essa prova.
- d) se não sou programador, então não estou fazendo essa prova.
- e) estou fazendo essa prova se, e somente se, sou programador.

14.(VUNESP/ISS-GRU/2019) A alternativa que corresponde à equivalente lógica da proposição composta:

“se as frutas estão maduras, então é tempo de colheita”, é:

- a) as frutas não estão maduras ou é tempo de colheita.
- b) se não é tempo de colheita, então as frutas estão maduras.
- c) as frutas estão maduras, e é tempo de colheita.
- d) não é tempo de colheita, e as frutas não estão maduras.
- e) se é tempo de colheita, então as frutas estão maduras.

15. (VUNESP/Pref. Olímpia/2019) Uma afirmação equivalente à afirmação “As calçadas estão sujas ou os varredores fizeram o serviço” é:

- a) As calçadas estão limpas, e os varredores fizeram o serviço.
- b) Se os varredores fizeram o serviço, então as calçadas não estão sujas.
- c) Se as calçadas não estão sujas, então os varredores fizeram o serviço.
- d) Os varredores não fizeram o serviço, e as calçadas estão sujas.
- e) As calçadas estão sujas, e os varredores fizeram o serviço.

16.(VUNESP/PC SP/2018) Considere a afirmação: “Mateus não ganha na loteria ou ele compra aquele carrão”. Uma afirmação equivalente a essa afirmação é:

- a) Se Mateus não ganha na loteria, então ele não compra aquele carrão.
- b) Mateus ganha na loteria ou ele compra aquele carrão.
- c) Se Mateus ganha na loteria, então ele compra aquele carrão.
- d) Mateus ganha na loteria e não compra aquele carrão.
- e) Ou Mateus não compra aquele carrão ou ele não ganha na loteria.



Negações lógicas

17.(VUNESP/TCM SP/2023) Considere a seguinte afirmação: Se Júnior é auxiliar técnico de controle externo, então ele prestou um concurso.

Assinale a alternativa que contém uma correta negação lógica para a afirmação apresentada.

- a) Júnior é auxiliar técnico de controle externo e ele não prestou um concurso.
- b) Se Júnior não é auxiliar técnico de controle externo, então ele não prestou um concurso.
- c) Júnior não é auxiliar técnico de controle externo, mas ele prestou um concurso.
- d) Se Júnior não prestou um concurso, então ele não é auxiliar técnico de controle externo.
- e) Júnior não é auxiliar técnico de controle externo e não prestou um concurso.

18.(VUNESP/PC SP/2022) Considere a afirmação:

‘As camisas estão passadas e os sapatos não estão engraxados’.

Uma afirmação que corresponde à negação lógica desta, é:

- a) As camisas estão passadas ou os sapatos estão engraxados.
- b) Ou as camisas estão passadas ou os sapatos não estão engraxados.
- c) As camisas não estão passadas e os sapatos estão engraxados.
- d) As camisas não estão passadas e os sapatos não estão engraxados.
- e) As camisas não estão passadas ou os sapatos estão engraxados.

19.(VUNESP/PC SP/2022) Em certo dia, Estela afirmou para sua mãe, Marília:

– Eu não estou doente ou eu fiz a lição de casa.

Marília sabe que essa afirmação é falsa, logo conclui-se que Estela

- a) está doente se e somente se fez a lição de casa.
- b) se não está doente, então fez a lição de casa.
- c) está doente ou não fez a lição de casa.
- d) está doente e não fez a lição de casa.
- e) está doente se e somente se não fez a lição de casa.

20.(VUNESP/Pref. Sorocaba/2022) Considere a seguinte proposição: “Se Bárbara é médica, então Rogério é dentista”.

Assinale a alternativa que contém uma negação lógica para a proposição apresentada.

- a) Bárbara é médica e Rogério não é dentista.
- b) Bárbara não é médica e Rogério não é dentista.



- c) Bárbara não é médica e Rogério é dentista.
- d) Se Rogério não é dentista, então Bárbara é médica.
- e) Se Bárbara não é médica, então Rogério não é dentista.

21.(VUNESP/PC SP/2022) Assinale a alternativa que apresenta uma negação lógica da seguinte afirmação:

‘Se o indivíduo é um contraventor, então não resta esperança para ele’

- a) Se não resta esperança para ele, então o indivíduo é um contraventor.
- b) O indivíduo é um contraventor, e resta esperança para ele.
- c) Resta esperança para ele, ou o indivíduo não é um contraventor.
- d) O indivíduo não é um contraventor, e resta esperança para ele.
- e) Se resta esperança para ele, então o indivíduo não é um contraventor.

22.(VUNESP/Docas PB/2022) Considere falsa a seguinte afirmação: “Se hoje amanheci contente, então dormi bem”.

Com base nessa informação, é necessariamente verdade que hoje

- a) não amanheci contente ou dormi bem.
- b) dormi bem e não amanheci contente.
- c) dormi bem e amanheci contente.
- d) amanheci contente e não dormi bem.
- e) não dormi bem e não amanheci contente.

23.(VUNESP/PB Saúde/2021) Assinale a alternativa que apresenta a afirmação que corresponde à negação lógica da afirmação a seguir: Se a sujeira é muita, então fazer a limpeza vai demorar.

- a) Se fazer a limpeza vai demorar, então a sujeira não é muita.
- b) A sujeira não é muita e fazer a limpeza vai demorar.
- c) A sujeira é muita e fazer a limpeza não vai demorar.
- d) A sujeira não é muita e fazer a limpeza não vai demorar.
- e) Se fazer a limpeza vai demorar, então a sujeira é muita.

24.(VUNESP/TJM SP/2021) Considere as proposições p e q, em que: p: o dia está ensolarado e a temperatura é baixa. q: é inverno.

A negação da condicional $p \rightarrow q$ está corretamente representada por:

- a) Se o dia não está ensolarado ou a temperatura não está baixa, então não é inverno.



- b) Se o dia não está ensolarado ou a temperatura não está baixa, então é inverno.
- c) Se o dia não está ensolarado e a temperatura não está baixa, então é inverno.
- d) O dia não está ensolarado ou a temperatura não é baixa e é inverno.
- e) O dia está ensolarado e a temperatura é baixa e não é inverno.

25. (VUNESP/Pref. Ilhabela/2020) Considere a afirmação: Se a ampulheta está quebrada, então o tempo não pode ser medido. Uma afirmação que corresponde à sua negação lógica é:

- a) A ampulheta está quebrada, e o tempo pode ser medido.
- b) Se a ampulheta não está quebrada, então o tempo pode ser medido.
- c) A ampulheta não está quebrada, e o tempo não pode ser medido.
- d) Se o tempo pode ser medido, então a ampulheta não está quebrada.
- e) O tempo não pode ser medido ou a ampulheta está quebrada.

26. (VUNESP/EBSERH/2020) Considere a seguinte afirmação:

O técnico em análises clínicas realiza testes laboratoriais e faz análises microscópicas.

Uma negação lógica para a afirmação apresentada está contida na alternativa:

- a) O técnico em análises clínicas não realiza testes laboratoriais e não faz análises microscópicas.
- b) O técnico em análises clínicas não realiza testes laboratoriais ou não faz análises microscópicas.
- c) O técnico em análises clínicas não realiza testes laboratoriais, mas faz análises microscópicas.
- d) Quem realiza testes laboratoriais e faz análises microscópicas não é técnico em análises clínicas.
- e) Quem não realiza testes laboratoriais e não faz análises microscópicas é técnico em análises clínicas.

27. (VUNESP/EBSERH/2020) Os carregadores trouxeram o armário e o instalador não chegou. A negação lógica dessa afirmação é:

- a) se os carregadores não trouxeram o armário, então o instalador chegou.
- b) os carregadores não trouxeram o armário e o instalador chegou.
- c) se o instalador não chegou, então os carregadores não trouxeram o armário.
- d) os carregadores não trouxeram o armário ou o instalador chegou.
- e) os carregadores trouxeram o armário ou o instalador não chegou.

28. (VUNESP/PM SP/2020) Ontem Jorge foi ao cinema e voltou desapontado. Uma afirmação que corresponda à negação lógica dessa afirmação é:

- a) Ontem Jorge não foi ao cinema e voltou desapontado.



- b) Ontem Jorge não foi ao cinema ou não voltou desapontado.
- c) Ontem Jorge foi ao cinema e não voltou desapontado.
- d) Ontem Jorge não foi ao cinema ou voltou desapontado.

29.(VUNESP/FITO/2020) Para negar logicamente a afirmação: “Hoje eu corro 15 km ou faço 1000 abdominais”, é correto dizer:

- a) Hoje eu não corro 15 km ou não faço 1 000 abdominais.
- b) Hoje eu não corro 15 km e faço 1 000 abdominais.
- c) Hoje eu não corro 15 km e não faço 1 000 abdominais.
- d) Hoje eu corro 15 km e não faço 1 000 abdominais.
- e) Hoje eu corro 14 km ou faço 900 abdominais.

30. (VUNESP/Pref. Itapevi/2019) Considere a afirmação: “os técnicos devem comparecer à reunião ou precisarão permanecer em seu local de trabalho”. Uma afirmação que corresponda à sua negação lógica é:

- a) os técnicos não devem comparecer à reunião e não precisarão permanecer em seu local de trabalho.
- b) os técnicos não devem comparecer à reunião ou não precisarão permanecer em seu local de trabalho.
- c) os técnicos devem comparecer à reunião ou não precisarão permanecer em seu local de trabalho.
- d) os técnicos não devem comparecer à reunião ou precisarão permanecer em seu local de trabalho.
- e) os técnicos devem comparecer à reunião e não precisarão permanecer em seu local de trabalho.

31. (VUNESP/Pref. Olímpia/2019) A negação lógica da afirmação “Os cachorros estão dóceis, e os gatos não estão agitados” é:

- a) Os cachorros não estão dóceis ou os gatos estão agitados.
- b) Os cachorros não estão dóceis ou os gatos não estão agitados.
- c) Os cachorros não estão dóceis, e os gatos estão agitados.
- d) Os cachorros estão agitados, e os gatos estão dóceis.
- e) Os cachorros estão agitados ou os gatos estão dóceis.

32.(VUNESP/CM Mauá/2019) Uma negação lógica para a afirmação “Se Carlos faz o que gosta, então ele é feliz” é:

- a) Carlos faz o que gosta e não é feliz.
- b) Carlos não faz o que gosta e é feliz.
- c) Se Carlos não faz o que gosta, então ele não é feliz.



- d) Se Carlos não é feliz, então ele não faz o que gosta.
- e) Se Carlos faz o que gosta, então ele não é feliz.

33.(VUNESP/PC SP/2018) Uma afirmação que corresponde à negação lógica da afirmação – Leonardo é dentista ou Marcelo não é médico – é:

- a) Leonardo é dentista e Marcelo é médico.
- b) Leonardo não é dentista ou Marcelo não é médico.
- c) Ou Leonardo não é dentista ou Marcelo é médico.
- d) Leonardo não é dentista e Marcelo é médico.
- e) Se Leonardo é dentista, então Marcelo não é médico.

34.(VUNESP/TCE-SP/2017) Uma afirmação que corresponda à negação lógica da afirmação “Pedro distribuiu amor e Pedro colheu felicidade” é:

- a) Pedro não distribuiu amor e Pedro não colheu felicidade.
- b) Pedro não distribuiu ódio e Pedro não colheu infelicidade.
- c) Pedro não distribuiu amor ou Pedro não colheu felicidade.
- d) Pedro distribuiu ódio e Pedro colheu infelicidade.
- e) Se Pedro colheu felicidade, então Pedro distribuiu amor.



Questões com mais de uma equivalência

35.(VUNESP/TCM SP/2023) Considere a seguinte afirmação: Se Carlos é médico, então Selma é auditora de controle externo e André é auxiliar técnico de controle externo.

Assinale a alternativa que contém uma equivalência lógica para a afirmação apresentada.

- a) Se Selma não é auditora de controle externo e André não é auxiliar técnico de controle externo, então Carlos não é médico.
- b) Se André não é auxiliar técnico de controle externo ou Selma não é auditora de controle externo, então Carlos não é médico.
- c) Carlos é médico e Selma é auditora de controle externo, e André é auxiliar técnico de controle externo.
- d) Carlos é médico, mas André não é auxiliar técnico de controle externo ou Selma não é auditora de controle externo.
- e) Carlos é médico, mas Selma não é auditora de controle externo e André não é auxiliar técnico de controle externo.

36.(VUNESP/ALESP/2022) Uma afirmação que corresponde à negação lógica da afirmação: “Troveja e chove muito, ou o dia está lindo”, é:

- a) Não troveja e não chove muito, ou o dia não está lindo.
- b) Não troveja ou chove muito, ou o dia está lindo.
- c) Não troveja ou não chove muito, e o dia não está lindo.
- d) Troveja ou chove muito, e o dia não está lindo.
- e) Troveja ou não chove muito, e o dia está lindo.

37.(VUNESP/PC SP/2022) Assinale a alternativa que apresenta uma afirmação logicamente equivalente à seguinte afirmação:

‘Se os catadores coletaram todas as latinhas, então a sacola arrebenta ou fica pesada’

- a) Os catadores coletaram todas as latinhas e a sacola arrebenta e fica pesada.
- b) A sacola arrebenta ou fica pesada e os catadores coletaram todas as latinhas.
- c) Se a sacola não arrebenta e fica pesada, então os catadores não coletaram todas as latinhas.
- d) Se a sacola arrebenta e não fica pesada, então os catadores coletaram todas as latinhas.
- e) Se a sacola não arrebenta e não fica pesada, então os catadores não coletaram todas as latinhas.

38.(VUNESP/PC SP/2022) Em uma livraria, o cliente que usa a poltrona no verão não compra livros.

Uma consequência lógica dessa situação indica que, nessa livraria,

- a) se é verão, então o cliente usa a poltrona ou compra livros.



- b) se não é verão e um cliente compra livros, então ele usa a poltrona.
- c) se um cliente compra livros, então ele não usa a poltrona ou não é verão.
- d) se é inverno e um cliente compra livros, então ele usa a poltrona.
- e) se um cliente compra livros e usa a poltrona, então é inverno.

39.(VUNESP/TJM SP/2021) Uma proposição equivalente a “Se acordei cedo e me alimentei, então tenho um dia produtivo” é a proposição:

- a) Não tenho um dia produtivo e não acordei cedo e não me alimentei.
- b) Tenho um dia produtivo e não acordei cedo e não me alimentei.
- c) Se não tenho um dia produtivo, então não acordei cedo ou não me alimentei.
- d) Se não tenho um dia produtivo, então não acordei cedo e não me alimentei.
- e) Se tenho um dia produtivo, então acordei cedo ou me alimentei.

40. (VUNESP/CM Mogi Mirim/2020) Uma afirmação equivalente à afirmação: Se o chão está liso ou o pneu está careca, então o carro escorrega, é

- a) Se o carro não escorrega, então o chão não está liso ou o pneu não está careca.
- b) Se o carro não escorrega, então o chão não está liso e o pneu está careca.
- c) Se o carro não escorrega, então o chão está liso e o pneu não está careca.
- d) Se o carro não escorrega, então o chão está liso ou o pneu está careca.
- e) Se o carro não escorrega, então o chão não está liso e o pneu não está careca.

41.(VUNESP/ISS Campinas/2019) Uma proposição logicamente equivalente à afirmação “Se Marcos é engenheiro, então Roberta é enfermeira e Ana é psicóloga” é apresentada na alternativa:

- a) Se Roberta não é enfermeira ou Ana não é psicóloga, então Marcos não é engenheiro.
- b) Ana é psicóloga, Marcos é engenheiro e Roberta é enfermeira.
- c) Se Marcos não é engenheiro, então Roberta não é enfermeira e Ana não é psicóloga.
- d) Se Roberta é enfermeira e Ana é psicóloga, então Marcos é engenheiro.
- e) Roberta não é enfermeira, Ana não é psicóloga e Marcos não é engenheiro.



Outras equivalências e negações

42.(VUNESP/TCM SP/2023) Uma negação lógica para a afirmação “Sou feliz se, e somente se, você é feliz” está contida na alternativa:

- a) Não sou feliz se, e somente se, você não é feliz.
- b) Se eu não sou feliz, então você não é feliz.
- c) Se você não é feliz, então eu não sou feliz.
- d) Sou feliz e você não é feliz.
- e) Ou eu sou feliz, ou você é feliz.

43.(VUNESP/CMSJC/2022) Considere a afirmação: "Ou arranjo emprego ou não me caso". A negação dessa afirmação é:

- a) Se eu arranjo emprego, então eu me caso.
- b) Se eu não arranjo emprego, então eu me caso.
- c) Ou não arranjo emprego ou me caso.
- d) Ou não arranjo emprego ou não me caso.
- e) Arranjo emprego e não me caso.

44.(VUNESP/ISS Mogi das Cruzes/2021) Sabe-se que não é verdade que, ou José é rico ou Paula é pobre. Sendo assim, é correto afirmar que

- a) José é rico se, e somente se, Paula é pobre.
- b) Se José é rico, então Paula é pobre.
- c) Se Paula é pobre, então José é rico.
- d) José e Paula são ricos.
- e) Paula e José são pobres.

45.(VUNESP/TJ SP/2021) Uma afirmação equivalente à afirmação “Se Alice estuda, então ela faz uma boa prova, e se Alice estuda, então ela não fica triste” é

- a) Se Alice estuda, então ela não faz uma boa prova ou ela fica triste.
- b) Se Alice fica triste e não faz uma boa prova, então ela não estuda.
- c) Se Alice estuda, então ela faz uma boa prova e ela não fica triste.
- d) Alice estuda e ela faz uma boa prova e não fica triste.
- e) Alice não estuda, e ela faz uma boa prova ou não fica triste.



46.(VUNESP/EBSERH/2020) Uma correta negação lógica para a afirmação “Rosana é vulnerável ou necessitada, mas não ambos” está contida na alternativa:

- a) Rosana é vulnerável se, e somente se, ela é necessitada.
- b) Rosana não é vulnerável se, e somente se, ela é necessitada.
- c) Rosana é vulnerável e necessitada.
- d) Rosana não é vulnerável e, tampouco, necessitada.
- e) Se Rosana não é necessitada, então ela não é vulnerável.

47. (VUNESP/CM Monte Alto/2019) Considere a afirmação:

O estudante chegou e a prova não começou.

Uma afirmação que corresponda à negação lógica da afirmação anterior é:

- a) O estudante não chegou e a prova não começou.
- b) Se a prova não começou, então o estudante chegou.
- c) A prova não começou ou o estudante chegou.
- d) Se o estudante chegou, então a prova começou.
- e) O estudante chegou e a prova começou.

48.(VUNESP/TCE-SP/2017) Se a afirmação “ Ou Renato é o gerente da loja ou Rodrigo é o dono da loja” é verdadeira, então uma afirmação necessariamente verdadeira é:

- a) Renato é o gerente da loja e Rodrigo é o dono da loja.
- b) Renato é o gerente da loja se, e somente se, Rodrigo não é o dono da loja.
- c) Se Renato não é o gerente da loja, então Rodrigo não é o dono da loja.
- d) Se Renato é o gerente da loja, então Rodrigo é o dono da loja.
- e) Renato é o gerente da loja.

49.(VUNESP/Pref. SP/2015) Considere as afirmações I, II, III e IV a seguir:

I. Sou economista se, e somente se, sou responsável.

II. Sou economista e responsável, ou, não sou economista e não sou responsável.

III. Sou economista se, e somente se, não sou responsável.

IV. Sou economista e não sou responsável, ou, não sou economista e sou responsável.

As afirmações II, III e IV, em relação à afirmação I, são, respectivamente,

- a) uma negação, uma equivalente, e uma negação.
- b) uma equivalente, uma equivalente, e uma negação.



- c) uma negação, uma negação, e uma equivalente.
- d) uma equivalente, uma negação, e uma equivalente.
- e) uma equivalente, uma negação, e uma negação.



GABARITO – VUNESP

Equivalências lógicas

1. LETRA B
2. LETRA A
3. LETRA D
4. LETRA C
5. LETRA A
6. LETRA D
7. LETRA B
8. LETRA A
9. LETRA D
10. LETRA C
11. LETRA B
12. LETRA C
13. LETRA D
14. LETRA A
15. LETRA C
16. LETRA C
17. LETRA A

18. LETRA E
19. LETRA D
20. LETRA A
21. LETRA B
22. LETRA D
23. LETRA C
24. LETRA E
25. LETRA A
26. LETRA B
27. LETRA D
28. LETRA B
29. LETRA C
30. LETRA A
31. LETRA A
32. LETRA A
33. LETRA D
34. LETRA C

35. LETRA B
36. LETRA C
37. LETRA E
38. LETRA C
39. LETRA C
40. LETRA E
41. LETRA A
42. LETRA E
43. LETRA D
44. LETRA A
45. LETRA C
46. LETRA A
47. LETRA D
48. LETRA B
49. LETRA E



LISTA DE QUESTÕES – VUNESP

Álgebra de proposições

1.(VUNESP/TJ SP/2022) Considere a seguinte proposição:

“Cláudia é advogada se, e somente se, Paulo é assistente social.”

Assinale a alternativa que contém uma negação lógica para a proposição dada.

- a) Se Paulo não é assistente social, então Cláudia não é advogada.
- b) Ou Paulo é assistente social ou Cláudia é advogada.
- c) Cláudia é advogada e Paulo não é assistente social.
- d) Paulo é assistente social e Cláudia não é advogada.
- e) Cláudia não é advogada se, e somente se, Paulo não é assistente social.

2.(VUNESP/PC SP/2022) Assinale a alternativa que apresenta uma afirmação logicamente equivalente à seguinte afirmação:

‘Ameaça chuva e saio com capa ou, ameaça chuva e saio com guarda-chuva’

- a) Ameaça chuva ou saio com capa ou saio com guarda-chuva.
- b) Ameaça chuva ou não saio com capa e saio com guarda-chuva.
- c) Não ameaça chuva e não saio com capa ou saio com guarda-chuva.
- d) Se não ameaça chuva, saio com capa e não saio com guarda-chuva.
- e) Ameaça chuva e, saio com capa ou saio com guarda-chuva.

3.(VUNESP/Pref. F Vasconcelos/2020) Considere a seguinte ordem dada:

Ligue a sirene e leve a viatura até o local da ocorrência.

Assinale a alternativa que contém uma negação lógica da ordem dada.

- a) Não ligue a sirene e leve a viatura até o local da ocorrência.
- b) Não ligue a sirene ou leve a viatura até o local da ocorrência.
- c) Não leve a viatura até o local da ocorrência e ligue a sirene.
- d) Não leve a viatura até o local da ocorrência ou não ligue a sirene.
- e) Não leve a viatura até o local da ocorrência e não ligue a sirene.



4.(VUNESP/CM Tatuí/2019) Se estou com pressa e o computador travou, então não consigo fazer o trabalho. Uma afirmação que seja logicamente equivalente à afirmação anterior é:

- a) Se não consigo fazer o trabalho, então o computador travou e estou com pressa.
- b) Se não consigo fazer o trabalho, então não estou com pressa e o computador não travou.
- c) Estou com pressa e o computador travou ou não consigo fazer o trabalho.
- d) Não estou com pressa ou o computador não travou, ou não consigo fazer o trabalho.
- e) Estou com pressa ou o computador travou, e não consigo fazer o trabalho.

5.(VUNESP/TCE-SP/2017) Uma afirmação que corresponda à negação lógica da afirmação “Se a demanda aumenta, então os preços tendem a subir” é:

- a) Se os preços não tendem a subir, então a demanda não aumenta.
- b) Ou os preços tendem a subir, ou a demanda aumenta.
- c) Se a demanda não aumenta, então os preços não tendem a subir.
- d) A demanda aumenta ou os preços não tendem a subir.
- e) Os preços não tendem a subir, e a demanda aumenta.



GABARITO – VUNESP

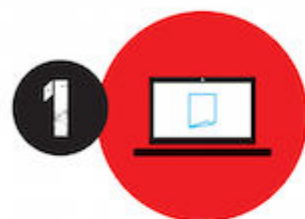
Álgebra de proposições

1. LETRA B
2. LETRA E
3. LETRA D
4. LETRA D
5. LETRA E



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.